“DINAMICA DE OBJETOS EN SISTEMAS PLANETARIOS”

José Jacobo Gámez[1]
Silvia M. Fernández[2]

Resumen

Para la búsqueda de orbitas periódicas en sistemas planetarios, se plantea un modelo de tres cuerpos, restringido y elíptico espacial, donde uno de los primarios posee una masa similar a la del Sol y el segundo tiene una masa mayor que Júpiter. Mediante métodos numéricos se encuentran soluciones periódicas para el tercer cuerpo de masa nula. Se hicieron dos planteos independientes. Por una parte, y tomando como base los resultados obtenidos en un trabajo anterior para el caso de tres cuerpos restringido circular y planar, se generaron condiciones iniciales para la tercera partícula en el problema de tres cuerpos restringido elíptico, pero en un sistema fijo.
El segundo enfoque pretende considerar además la posición espacial del tercer cuerpo. Para ello las condiciones iniciales se generan siguiendo el procedimiento propuesto en el trabajo de Palacián y otros en 2006
Palabras Clave: Planetas Extrasolares – Problema de Tres Cuerpos Restringido - Orbitas Periódicas.

ABSTRACT
For the search of periodic orbits in planetary systems, a restricted and spatially elliptical model of three bodies, where one of the primary ones possesses a mass similar to that of the Sun and the second one a major mass has that Jupiter, is proposed. By means of numerical methods we find periodic solutions for the third body of void mass. Two independent methods were outline. On one hand, and taking as a base the results obtained in a previous work for the case of three bodies restricted circular and planar, initial conditions were generated for the third particle in the problem of three bodies restricted elliptically, but in a fixed system. The second approach tries to consider in addition the spatial position of the third body. For it the initial conditions are generated following the procedure proposed in Palacián's work and others in 2006.
Key Words: Extrasolar planets, Restricted Three Bodies Problem, Periodical Orbits.

(1) Observatorio Astronómico Centroamericano de Suyapa, UNAH, Tegucigalpa Honduras
jjgamez65@yahoo.es
(2) Observatorio Astronómico, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

1. INTRODUCCION

El estudio de planetas extrasolares es un tema de mucho interés, en la actualidad. Sabemos que además de los cuerpos de nuestro sistema solar se cuenta con observaciones que nos hablan de la existencia de 328 sistemas planetarios que orbitan alrededor de estrellas similares a nuestro Sol.
La información que se conoce de estos sistemas es bastante incompleta debido a que las técnicas actuales de observación no facilitan la obtención de muchos datos. Sin embargo, se han podido determinar los parámetros más básicos de sus órbitas y en un pequeño porcentaje de casos también se han podido obtener sus masas.
Debido a los métodos de detección empleados, los planetas conocidos son de masa grande, algunos mayores que la de Júpiter. No se conocen características de planetas con masas pequeñas, por eso surge la necesidad de utilizar alguna metodología que permita inferir la posibilidad de existencia de este tipo de objetos. Una manera de encarar este análisis es determinar órbitas periódicas para objetos planetarios con masas mucho menor que la de Júpiter, utilizando el problema de tres cuerpos restringido elíptico.

2. METODOS Y TECNICAS

En el problema de tres cuerpos restringido elíptico se describe el movimiento de un cuerpo con masa infinitesimal, es decir m_3, en el campo gravitacional producido por dos cuerpos primarios, m_1 y m_2, con órbitas elípticas. Siendo $m_1 = 1-\mu \ y \ m_2 = \mu \ con \ \mu \in [0, \frac{1}{2}]$. Los cuerpos primarios m_1 y m_2 se encuentran en el eje **X**. La excentricidad de los primarios se denomina $e_p \in [0,1]$.
Para hacer las integraciones correspondientes en el caso de Tres Cuerpos Restringido Elíptico, se utiliza un programa integrador de Everhart, en Lenguaje Fortran y se estructura de manera de poder obtener valores de posición y velocidad de la tercera partícula para cualquier instante de tiempo.
El objetivo es encontrar las sucesivas intersecciones de la trayectoria de la partícula con uno de los planos coordenados. De esta manera se puede analizar gráficamente el comportamiento dinámico de la partícula, ya que se obtendrán pseudas secciones de Poincaré, con los valores de una coordenada y su correspondiente velocidad. El estudio de los puntos así obtenidos reemplaza el estudio de la trayectoria en sí misma. Una órbita periódica aparecerá representada por un punto que se repite a sí mismo después de cortar n veces el plano considerado. Si en vez de un punto, se obtiene una serie de puntos que se repiten periódicamente se dice que la órbita es ‘quasiperiódica’. En cambio, cuando la representación es de puntos diseminados en el plano, la órbita no es periódica y por lo tanto se podrá producir una ruptura del sistema de tres cuerpos.
El paso siguiente es generar condiciones iniciales para encontrar órbitas periódicas para los dos tipos de casos:

a) Caso planar
   Con el objetivo de comprobar si las orbitas periódicas obtenidas en el problema circular (Tesis Maestría JJG,2004) se mantenían al darle a los primarios una excentricidad real, se trató de continuar numéricamente orbitas periódicas del circular al elíptico .
b) Caso espacial

Para el caso espacial las condiciones iniciales se derivan de la teoría planteada por Palacián et al. Las órbitas obtenidas por esos autores han sido clasificadas en polares y ecuatoriales, de acuerdo con la relación entre el plano orbital del tercer cuerpo y el plano de movimiento de los dos primarios.

2.1 CONDICIONES INICIALES

a) Se parte de los datos obtenidos para caso circular. En primer lugar se hace una transformación de la velocidad de la partícula del sistema rotante al fijo. Con ese valor, y aplicando la ecuación (1), se obtiene la coordenada **x** aproximada de una órbita periódica.

$$\dot{y}^2 < x^2 + \frac{2(1-\mu)}{r_1} + \frac{2\mu}{r_2} - C \qquad (1)$$

b) En este caso la nomenclatura que se usará es la siguiente. La posición de la tercera partícula está dada por $q=(q_1,q_2,q_3)$, su velocidad $q' = (q'_1, q'_2, q'_3)$ y su momento será $p=(p_1,p_2,p_3)$.

El movimiento de la tercera partícula se describe mediante la siguiente expresión del Hamiltoniano:

$$H(q,p,f_p,\mu,a_p,e_p) = \frac{1}{2}(p_1^{\,2}+p_2^{\,2}+p_3^{\,2}) - \frac{1-\mu}{\sqrt{[q_1+\mu\rho\cos(f_p)]^2+[q_2+\mu\rho\sin(f_p)]^2+q_3^{\,2}}} - \frac{\mu}{\sqrt{[q_1-(1-\mu)\rho\cos(f_p)]^2+(1-\mu)\rho\sin(f_p)]^2+q_3^{\,2}}}$$

Donde ρ: es la distancia radial de los primarios, f_p anomalía verdadera de los primarios y a_p el semieje mayor de la orbita de $m2$ con respecto a $m1$

$$\rho = \frac{a_p(1-e^2)}{1+e_p\cos(f_p)}$$

El proceso de doble promedio aplicado al Hamiltoniano original provee soluciones de tres tipos de familias de órbitas periódicas. Dos familias de tipo polar, el plano orbital es perpendicular al plano de la órbita de los primarios, y una familia tipo ecuatorial, el plano orbital coincide con el plano de los primarios.

La tercera partícula parte con las siguientes condiciones iniciales, **(q_1, 0, 0)** y **(0, q'_2, 0)**

Mediante la integración de las ecuaciones de movimiento se encontrarán los valores de la posición y sus respectivas velocidades cada vez que cruce el plano (q_1,q_3).

Se elabora un programa para encontrar condiciones iniciales de la tercera partícula a partir de los elementos orbitales los cuales se encuentran en un archivo con los datos siguientes:

longitud del pericentro $\tilde{w}$

longitud del nodo ascendente Ω

Inclinación I

Excentricidad **e**

El semieje de la partícula se lo toma como unidad de distancia, **a = 1**.

Se realizan integraciones con diferentes grupos de condiciones iniciales para los dos tipos de casos, polares y ecuatoriales.

2.2 INTEGRACIONES

a) Se hicieron integraciones de las ecuaciones de movimiento con el método de Everhart descrito anteriormente y se aplicó a los mismos casos reales trabajados en el caso circular.
b) Se integraron las ecuaciones derivadas del Hamiltoniano presentado anteriormente, para el caso polar y se aplicó al caso real HD28185.

3. RESULTADOS

a) Tau Boo   M = 4.14 M_J e= 0.01

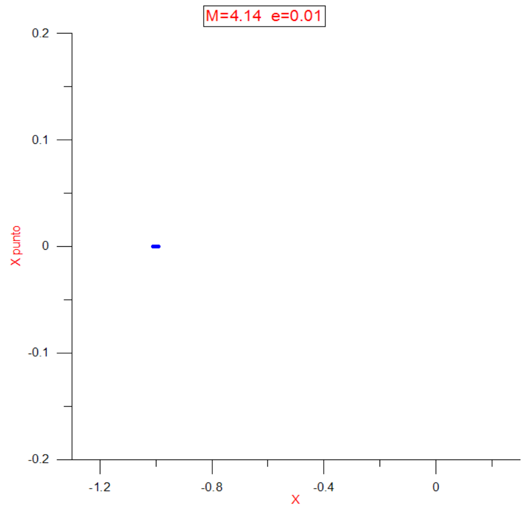

Fig 1: orbita periódica del sistema Tau Boo

En la figura 1 se muestra la órbita periódica obtenida de la continuación de una órbita periódica del caso circular al elíptico en un gráfico $\dot{x}$ vs. **x**

b) Con esta metodologia se estúdio el sistema:
HD28185   M = 5.7 M_J e= 0.07
El resultado obtenido se muestra en la figura 2, donde se puede apreciar el punto representativo de una órbita periódica en el plano $\dot{x}$ *vs. x* (q' *vs. q*)

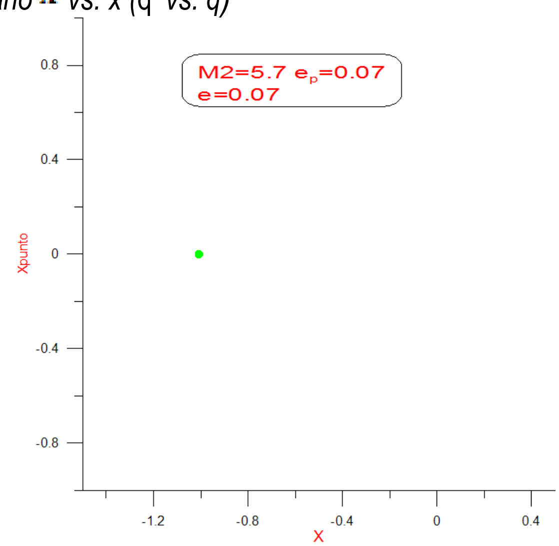

Fig 2: orbita periódica del sistema HD28185

En la figura 3 se representa la variación temporal de la distancia de la tercera partícula respecto al centro de masa de los dos primarios

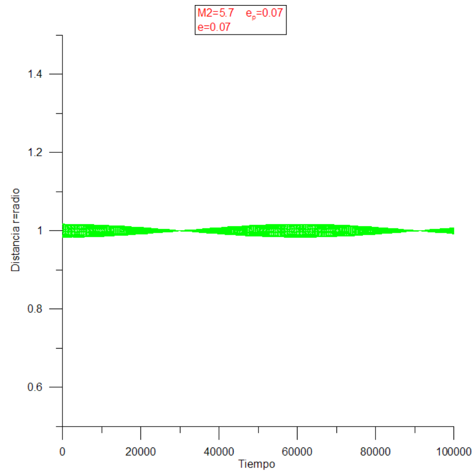

Fig 3: Sistema HD28185.

En la figura 4 se muestra la invariancia del semieje mayor de la órbita periódica encontrada.

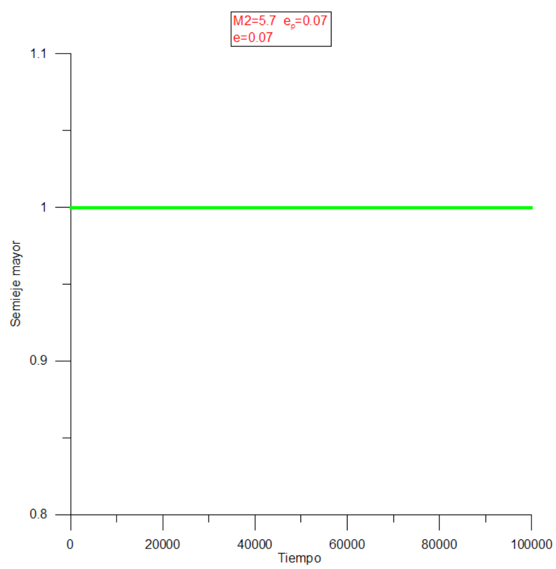

Fig 4:semieje orbita periódica del sistema HD28185

4. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos con ambos métodos son positivos ya que han permitido encontrar órbitas periódicas en el Problema Restringido de Tres cuerpos elíptico.

De esta manera y en relación a los criterios teóricos presentados en el trabajo de Palacián et al. se ha corroborado la existencia de órbitas periódicas en el plano polar para los casos reales tratados.

BIBLIOGRAFIA.

1. . Benest and Froeschlé. Les Methodes Modernes of the Mecanique Celeste. 1989.
2. Brouwer and Clemence. Methods of celestial mechanics. New York: Academic Press;. 1961.
3. Gámez, José Jacobo. Dinámica de Planetas Extrasolares. Tesis de Maestría en Astronomía y Astrofísica. Tegucigalpa: UNAH; 2004.
4. Szebehely, V. Theory of Orbits –The Restricted Problem of Three Bodies. New York: Academic Press; 1967.