DISTRIBUCIÓN DE RIQUEZA SIMULADA CON MODELO DEL GAS IDEAL

ISSN 2219-6722
ISSNE 2222-2707

Jairo Jonathan Martínez Universidad Nacional Autónoma de Honduras
UNAH-TEC Danlí. jairo.martinez@unah.edu.hn
Julián Collado Universidad de Costa Rica
julian.collado@ucr.ac.cr
Arturo Hernández Universidad de Costa Rica
zeledon14@gmail.com

Revista Economía y Administración (E&A)

RESUMEN

En este artículo se propone un modelo para simular la distribución de la riqueza en una sociedad, haciendo analogías entre los agentes económicos con el modelo de mecánica estadística del gas ideal, donde cada partícula es un agente o ente económico y su energía es la cantidad de riqueza que posee. En el sistema la energía siempre se conserva. Se hacen simulaciones con varios tipos de reglas de intercambio de energía y se comparan los resultados con los observados en sociedades reales, usando las curvas de Lorenz índices Gini conocidos para países como Honduras y Costa Rica.

Palabras Clave: simulación, distribución de riqueza, gas ideal.

WEALTH DISTRIBUTION SIMULATED WITH IDEAL GAS MODEL

ISSN 2219-6722
ISSNE 2222-2707

Jairo Jonathan Martínez Universidad Nacional Autónoma de Honduras
UNAH-TEC Danlí.
jairo.martinez@unah.edu.hn
Julián Collado Universidad de Costa Rica
julian.collado@ucr.ac.cr
Arturo Hernández Universidad de Costa Rica
zeledon14@gmail.com

ABSTRACT

In this paper we propose a model to simulate the wealth distribution in a society, making analogies between economic agents with statistical mechanics model of ideal gas where each particle is an agent or economic entity, and its energy is the amount of wealth. The system's energy is always conserved. Simulations were made with several types of rules for exchanging energy, and then we compare these results to those observed in real societies, using Lorenz curves and Gini index of known countries like Honduras and Costa Rica.

Revista Economía y Administración (E&A)

Key words: *simulation, wealth distribution, ideal gas*

1. INTRODUCCIÓN

¿Cómo se puede generar una mayor o menor equidad en la distribución de la riqueza? ¿Qué políticas fiscales o de ayudas sociales favorecen qué tipo de sociedades? Se quiere responder este tipo de preguntas haciendo un modelo de juguete de la sociedad en el cual se pueda manipular las reglas del modelo para implementar políticas económicas y sociales y observar sus efectos en la distribución de la riqueza. Un modelo de juguete busca capturar todo los detalles posibles de un fenómeno pero con el menor número posible de reglas o supuestos. Para lograr esto se hacen aproximaciones muy fuertes y se sabe que el modelo no captura todo lo existente en la realidad, pero el objetivo no es tener un modelo perfecto, es tener un modelo sencillo que reproduzca lo observado en la realidad.

Para este artículo se usa como base la teoría estadística del gas ideal y a partir de aquí se hace una analogía entre los conceptos de un agente económico y una partícula del gas ideal. Se utiliza como base este modelo porque ha sido muy estudiado y desarrollado en la física y también porque ya hay personas que han trabajado en este tema, por ejemplo Cockshott (2009). Se utilizan como guía las reglas que se observan en el mundo físico del gas ideal para intentar extraer reglas emergentes en el mundo económico. Con la simulación se espera entender la manera en que reaccionaría una sociedad ante ciertas políticas económicas.

2. MARCO CONCEPTUAL

Para simular una economía con los métodos desarrollados para el gas ideal, primero se debe hacer una correspondencia entre variables económicas y variables de un gas ideal. El sistema del gas ideal está definido por su Hamiltoniano de interacción el cual depende en primera aproximación de la energía cinética de las partículas, y permite el intercambio de energía entre partículas mediante choques como medio de interacción. De esta forma se tiene la siguiente correspondencia: los individuos económicos son partículas, y el dinero que poseen se interpreta como energía cinética, además los intercambios de dinero (transacciones) que son el motor de la evolución de un sistema económico se reconocen como los choques de las partículas del gas, esto permite entender las distribuciones de energía de un gas ideal como distribuciones de dinero para el conjunto de individuos.

Revista Economía y Administración (E&A)

Hasta ahora se hizo uso de conceptos como Hamiltoniano y distribución de energía, cabe resaltar que en la estructura de la mecánica estadística estos conceptos están interconectados mediante una función llamada Función de Partición.

Para comparar los resultados simulados a partir del modelo con sociedades reales, se usan parámetros adecuados como el índice de Gini o la curva de Lorenz. La curva de Lorenz es ampliamente usada para representar en forma gráfica la relación entre el porcentaje de ingresos y el porcentaje acumulado de la población que recibe tales ingresos (Kakwani, 1977) cuando están ordenadas ascendentemente por el ingreso. Está definida en el intervalo de (0, 1) (Gastwirth, 1972) y va desde el punto (0, 0) hasta el punto (1, 1). Una línea recta que une ambos puntos representaría una distribución equitativa de la riqueza en toda la población estudiada. En este caso la distribución perfecta es una recta con pendiente de 45° donde por ejemplo el 30% de los hogares tiene el 30% de los ingresos de esa sociedad. Cuanto más cerca está la curva de Lorenz de la línea de igualdad, tanto más equitativa es la distribución de la riqueza (Parkin, 2004).

Para medir cuanto se aleja una determinada distribución de riquezas representada por una curva de Lorenz con respecto a la línea de equidad, se utilizó el índice de Gini (Berresford & Rockett, 2012). Se escoge esta medida porque Dorfman (1979) la define como una medida ad hoc de inequidad bien establecida y Morgan (1962) la menciona como la mejor medida de inequidad.

El índice Gini para una determinada distribución de riqueza se calcula como el área entre la curva de Lorenz y la recta de equidad. Entre mayor es el área más desigual es la distribución de riqueza. El área puede estar entre 0 a 1⁄2. Normalmente este valor se multiplica por dos para obtener un intervalo entre 0 (equidad completa) y 1 (completamente desigual). Por ejemplo suponga una sociedad compuesta por dos individuos, en el primer escenario las dos personas tienen la misma cantidad de dinero esto corresponde a un índice de Gini de 0, en el otro escenario un individuo tiene todo el dinero y el otro no tiene nada, esto corresponde a un índice de Gini de1. El índice de Gini representa únicamente el nivel de desigualdad en la distribución de la riqueza. Un valor menor significa que la riqueza está distribuida más equitativamente, sin embargo no se puede decir que implica condiciones de desarrollo o que un valor alto es indicador de subdesarrollo. Si toda la población son casi igual de pobres se tendrá una distribución equitativa y por lo tanto un índice Gini bajo. Lo mismo puede lograrse si todos los miembros de la sociedad son igualmente ricos.

Para lograr comparar si la distribución obtenida se asemeja a la realidad, se calculan los índices de Gini (IG) de las distribuciones simuladas con los datos ofrecidos por el Banco Mundial para algunos países, entre ellos Costa Rica y Honduras (PovcalNet, *Development Research Group of the World Bank*) y la Agencia central de Inteligencia (CIA por las siglas en inglés) en el *Fact World Book.* En las sub secciones siguientes se van a explicar los conceptos de: camino aleatorio, Hamiltoniano, Función de Partición y distribución de probabilidad, así como sus interrelaciones para finalmente relacionar este marco conceptual con el trabajo de econo-física aquí expuesto.

2.1. CAMINATA ALEATORIA

Para explicar el camino aleatorio en una dimensión puede usarse la siguiente analogía. Imagine una persona que puede moverse solo a la derecha o a la izquierda, pero que antes de dar cada paso debe tirar una moneda para decidir para que lado dar el paso. Eso es un camino aleatorio, un sistema que tiene dos posibles estados de evolución donde cada uno de los estados tiene cierta probabilidad de ocurrencia. En la simulación cada elemento del sistema recorre un camino aleatorio ya que cada vez que son elegidos para hacer una transacción esta puede ser negativa o positiva. Para un camino aleatorio donde izquierda o derecha tienen la misma probabilidad (Simons, 2003), la distancia media después de dar "N" pasos es:

$$\Delta D = N^{\frac{1}{2}}$$

2.2. EL HAMILTONIANO

En general una obra o travesía está determinada por el presupuesto asignado. El Hamiltoniano (H) de un sistema puede pensarse como la función de "presupuesto" energético del sistema que describe, con la particularidad de que H también define las interacciones (acciones) que los elementos del sistema pueden llevar a cabo, es decir además de definir el presupuesto de la travesía también define por ejemplo donde y con quien pueden comer los viajeros, no en vano H es conocido como el generador de evolución temporal del sistema.

En mecánica clásica para un sistema de N partículas, cada una con: masa m_i, *momentum* p_i y función de interacción V_{ij} entre la partícula i y la partícula j, el H se expresa como:

$$H = \sum_{i=1}^{N} \frac{Pi^2}{2m_i} + \sum_{<i,j>} V_{ij} \; ; para \;\; i \neq j$$

Para el caso del gas ideal donde todas las partículas tienen la misma masa y las partículas se suponen libres $V_{ij} = 0$ quedando H como (Sethna, 2006):

$$H = \sum_{i=1}^{N} \frac{Pi^2}{2m_i}$$

Un sistema físico se describe de manera completa con sus ecuaciones de movimiento las cuales se pueden obtener a través del Hamiltoniano, pero con el inconveniente de que por cada partícula se obtienen dos ecuaciones de movimiento, llevando a un sistema de 2N ecuaciones diferenciales de primer grado. Esto hace que la evolución de un sistema con muchos elementos no sea descrito con esta maquinaria, sino con un acercamiento más estadístico, es entonces donde surge la Función de Partición, que tiene una fuerte interpretación estadística como se verá a continuación.

2.3. FUNCIÓN DE PARTICIÓN

La Función de Partición (FP) se define de la siguiente forma (Simons, 2003):

$$Z = \sum_{i}^{l} e^{\frac{-H_i}{kt}}$$

En este caso H_i el valor del Hamiltoniano en el estado "i" del sistema con "l" estados posibles. Se suma sobre todos los estados posibles sin importar si un conjunto de estados distintos tiene el mismo valor de la función H. La FP es importante ya que permite calcular la distribución de probabilidad de los distintos estados del sistema, y los valores promedio de otras variables importantes tales como: energía o entropía. En el caso de la distribución de probabilidad esta se define de la siguiente forma (Simons, 2003):

$$p_i = \frac{e^{-\frac{H_i}{kt}}}{\sum_i^l e^{\frac{-H_i}{kt}}}$$

Donde p_i es la probabilidad de que el estado con una energía asociada H_i ocurra (Simons, 2003). Puede observase que los estados con mayor probabilidad son los que tienen menor energía. Otra característica importante de la función es que presenta un máximo muy definido cerca del estado "i" de mayor probabilidad y los puntos lejanos a este máximo tienen probabilidades muy cercanas a cero.

Para la medición y comparación de las distribuciones de riqueza encontradas por la simulación se utilizarán algunas métricas que Medición

3. METODOLOGIA

Con base en las expresiones desarrolladas para la interacción de partículas en el gas ideal en forma del Hamiltoniano y función de partición, se desarrollaron reglas de interacción entre los individuos de una sociedad que posteriormente se convierten en algoritmos computacionales.

Para realizar las simulaciones primero se genera un espacio vectorial y cada elemento se asocia con uno de los individuos y una cantidad de dinero. Los recursos se asignan de forma que inicialmente todos los individuos tienen la misma cantidad. Luego empiezan los intercambios de dinero entre pares de individuos seleccionados al azar, este proceso se repite unas cien veces la cantidad de individuos hasta alcanzar el equilibrio. Las transacciones se hacen de dos formas: en una todos los intercambios son del mismo valor, en otra los valores cambian a un monto elegido al azar para cada iteración. Cabe anotar que lo que un individuo gana el otro individuo pierde, esto mantiene el dinero total del sistema constante. La elección de los individuos que intervienen se hace al azar al menos durante las primeras etapas de las simulaciones. Finalmente, cuando el sistema ya ha alcanzado el equilibrio se agrupan los individuos de acuerdo a los montos que tienen para así obtener la distribución del sistema, esto se asocia con la función de distribución que se hubiera calculado partiendo de la FP.

Luego de correr simulaciones para el caso de intercambio libre en donde todos los individuos tienen la misma probabilidad de ser elegidos, el siguiente paso fue introducir términos adicionales de interacción en el Hamiltoniano. Se introdujo un término de fricción αp quedando el Hamiltoniano como:

$$H_1 = \sum_{i=1}^{N} \frac{{p_i}^2}{2m_i} + ap_i$$

Que puede escribirse como:

$$H_1 = \sum_{i=1}^{N} H_0 + ap_i$$

Donde el parámetro α es una constante que puede ser positiva o negativa. En el caso del gas ideal el término de fricción tiene como resultado la disminución en el número de partículas rápidas. Lo que sigue es implementar este término en la simulación. La FP se vuelve importante para actualizar la simulación al nuevo modelo, así la función la nueva función de probabilidad como (Cockshott, 2009):

$$p_i^* = \frac{e^{-\frac{H_0}{kt}}\left(e^{-\frac{ap_i}{kt}}\right)}{Z}$$

Reescribiendo la nueva función de probabilidad *pi** queda:

$$p_i^* = p_i(e^{-\frac{ap_i}{kt}})$$

Queda claro que la nueva función de probabilidad es proporcional a la probabilidad afectada por una función de peso $e^{-\frac{ap_i}{kt}}$. que aumenta o disminuye la probabilidad de ocurrencia de ciertos términos de la distribución original. Se puede ver que el resultado del término de viscosidad es alterar la probabilidad que tiene cada uno de los individuos de ser elegido para un intercambio. A la hora de correr las simulaciones, la probabilidad de selección (que ahora es variable) se calcula cada cierto número de iteraciones. Dentro de las muchas formas posibles para calcular esta probabilidad de selección se usó dos formas: una en la cual la probabilidad de ser seleccionado es directamente proporcional a la cantidad instantánea de dinero que un individuo posee y otra donde es inversamente proporcional.

3.1. SIMULACIONES REALIZADAS

En todos los casos por razones computacionales los datos fueron obtenidos sobre diez mil agentes entre quienes se distribuyó un millón de riqueza en forma equitativa, es decir, cada agente tiene cien unidades al iniciar la simulación. Se realizan un millón de intercambios para cada simulación. No se permitió que los agentes se endeudaran (dinero negativo).

Se establecieron para esta conferencia cinco condiciones distintas. En la **primera**, el intercambio es un valor fijo e igual para cada interacción (5 monedas). Todos los agentes tienen la misma probabilidad de participar en un intercambio. En la **segunda**, se escoge un valor aleatorio diferente entre cero y uno para cada par de agentes que interactúan, donde 1 corresponde a que el agente entrega todo su dinero y cero a que no entrega nada de dinero. Todos los agentes tienen la misma probabilidad de participar en un intercambio. En la **tercera** se hace el mismo caso de la segunda, pero cada diez intercambios se actualiza la probabilidad de participar en el intercambio de cada individuo con una probabilidad igual a la cantidad de dinero que tiene el individuo con respecto al total de dinero del sistema. En la **cuarta** parte se hace igual que la tercera, pero la probabilidad en este caso es uno menos la probabilidad de la parte 3. En la **quinta,** la simulación se hace igual que la segunda simulación pero se introduce la idea de impuestos directos. Cada diez mil intercambios se cobran impuestos. A los agentes que tengan más de 500 monedas se les cobra un impuesto del 30% de su dinero. A los que tengan entre 200 y 500 se les cobra un impuesto del 20% de su dinero. A los que tengan entre 100 y 200 no les pasa nada. Y finalmente todo el dinero recogido en impuestos es repartido equitativamente entre los agentes que tengan entre 0 y 100 monedas.

3.2. OBTENCIÓN DE DATOS

Durante la simulación los datos son generados computacionalmente de forma **aleatoria** siguiendo los **algoritmos** (derivados del Hamiltoniano y la función de partición para el gas ideal) que fue explicado en los párrafos anteriores. Para verificar la validez de los resultados de la simulación se utilizan indicadores como la curva de Lorenz e índice de Gini reales de ciertos países, extraídos de los datos del Banco Mundial (PovcalNet) y la Agencia Central de Inteligencia (CIA, por sus siglas en inglés).

3.3. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

La simulación se implementó como un arreglo bidimensional donde cada entrada es un agente. En una de las casillas se almacena la cantidad de dinero que tiene el individuo y en la otra la probabilidad de que este agente participe en un intercambio. La simulación se escribió en el lenguaje de programación estadística R (R Project for Statistical Computing), que es software gratuito disponible en http://www.r-project.org.

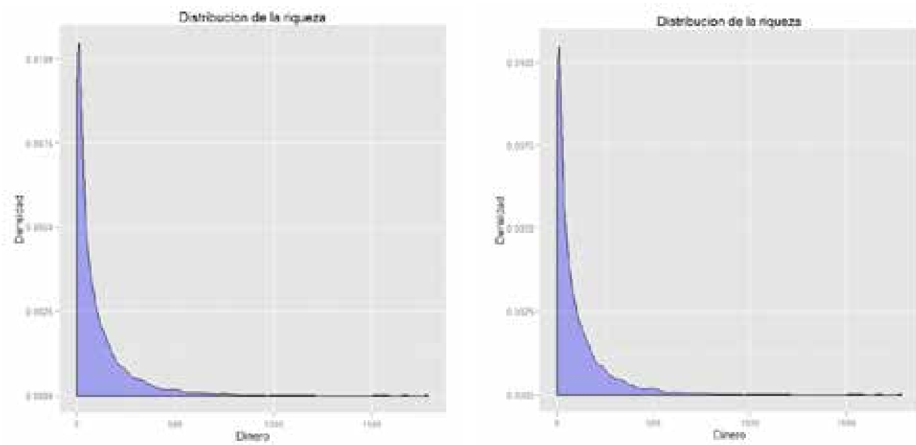


Figura No. 1 Izquierda: Distribución de riqueza para un valor fijo de intercambio entre agentes. Derecha: Distribución de riqueza para un valor de intercambio entre agentes escogido de forma aleatoria.

(Fuente: elaboración propia con resultados de la simulación)

3.4. MEDICIONES

Al finalizar cada simulación, igualmente con R, se estableció la cantidad de individuos que poseían una determinada cantidad de riqueza y se generan los gráficos de densidad de riqueza. En el eje horizontal se colocó la cantidad de dinero que poseía un porcentaje de la población graficado en el eje vertical. De esta distribución se generó la curva de Lorenz y se calculó el índice Gini utilizando paquetes computacionales, previamente desarrollados y distribuidos para el lenguaje R. En la siguiente sección se presentan y analizan los resultados.

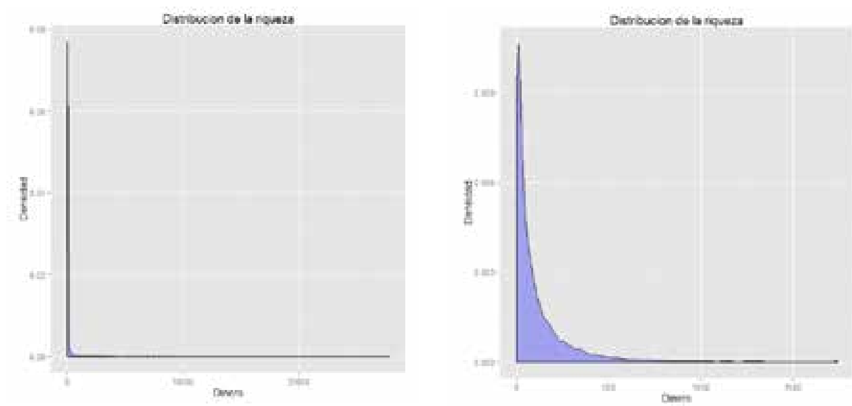
Revista Economía y Administración (E&A)

4. RESULTADOS

A partir de las simulaciones se obtuvieron los resultados presentados y analizados en este apartado.

4.1. DENSIDAD DE RIQUEZA

La densidad de riqueza son histogramas, por lo tanto, el área bajo la curva será siempre igual a uno. En el gráfico 1 y 2 se muestran los histogramas para la distribución de riqueza para cada simulación.



Revista Economía y Administración (E&A)

Figura No. 2 Izquierda: Distribución de la riqueza para un valor de intercambio de tamaño aleatorio entre agentes escogidos con una probabilidad igual a la proporción de dinero que poseen con respecto al total. Derecha: Distribución de riqueza para un valor de intercambio de tamaño aleatorio entre agentes escogidos con una probabilidad igual a unos menos la proporción de dinero que poseen respecto al total.

(Fuente: Figura elaboración propia con resultados de la simulación).

Comparando las curvas de distribución de riqueza para las dos primeras simulaciones se evidencia que en la simulación basada en intercambios de valor aleatorio (vea el Gráfico 1) la cantidad de personas ricas es menor en comparación con la simulación con intercambios de valor fijo. Basado en esta observación puede entreverse una distribución más desigual de riqueza en la simulación con intercambio aleatorio.

El objetivo de hacer que participen más los ricos en la tercera simulación era para crear una clase media. Se observa exactamente lo opuesto. Al hacer que los ricos participen más como única modificación lo que se observa es un distanciamiento aun mayor entre clases sociales.

Debido a los resultados obtenidos en la tercera simulación se decidió probar lo inverso, aumentar la probabilidad de que participen los agentes con menos dinero. Se pensó que con este tipo de simulación ahora si se iba a obtener una clase media pero se encontró que no parece hacer ninguna diferencia con respecto a los resultados de la segunda simulación. De aquí se puede inferir que aumentar la participación de los que tienen menos dinero dejando lo demás constante no produce ninguna variación.

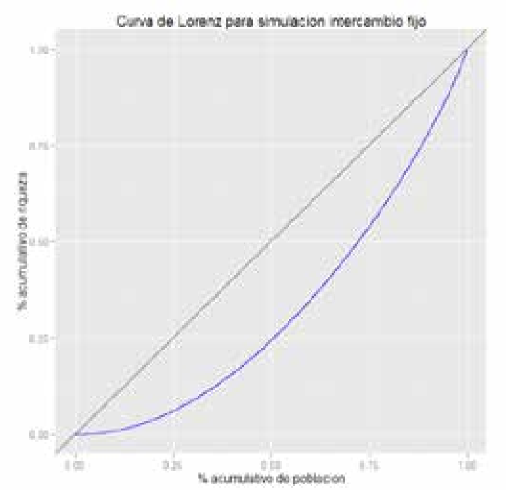


Figura No. 3 Curva de Lorenz para simulación de intercambio con valor fijo.
(Fuente: Elaboración propia con resultados de la simulación)

Si se quisiera utilizar el modelo para simular la distribución de la riqueza en un país entonces se podría decir a partir de la tercera simulación (Gráfico 2, izquierda) que no funciona únicamente eliminar los impuestos a los más ricos y promover su participación en la economía para generar una distribución uniforme de clases sociales. Por otro lado a partir de la cuarta simulación (Gráfico 2, derecha) se puede afirmar que solamente promover la participación de la clase baja en la economía por sí solo no genera una clase media, por el contrario no hay diferencia con respecto a si no se hubiera hecho nada.

4.2 CURVAS DE LORENZ

El gráfico 3 muestra la curva de Lorenz generada al iterar sobre diez mil agentes quienes hacen un intercambio de dinero fijo. En el gráfico 4 se muestra la curva de Lorenz para un monto de intercambio entre agentes seleccionado al azar (pseudo aleatorio). En estas curvas, el eje horizontal representa el acumulado de la población y en el eje vertical, el acumulado de la riqueza. Puede observarse por lo tanto que el 50% de la población posee el 25% de la riqueza para el intercambio fijo mientras que en el caso del intercambio aleatorio es el 70% de la población la que posee el 25% de la riqueza y el 50% de la población posee apenas un 10% de esta. A partir de esto se observa que el intercambio aleatorio genera sociedades donde los pobres tienen muy poco del dinero total mientras que hay una minoría que posee la mayor cantidad de los recursos. En el gráfico 5 se muestra las curvas de Lorenz obtenidas en las simulaciones en el mismo plano con la curva de Lorenz de países con distribución de riqueza similar a lo obtenido, como Croacia, Polonia, Honduras y Costa Rica. Se puede notar que la curva de Croacia y Polonia es similar a la del intercambio fijo, sin embargo la curva de intercambio fijo está a una altura menor que estas para valores aproximadamente al percentil 70. Esto se interpreta como que en la sociedad de intercambio fijo las personas debajo del percentil 70 tienen menos dinero comparadas con la de Croacia o Polonia. El mismo comportamiento se observa para la sociedad con intercambio aleatorio comparada a la de Honduras, se tiene una pobreza un poco más intensa en la simulación que la reportada para Honduras.

4.3 ÍNDICE DE PARETO

El índice de Pareto, también conocido como la Ley de Pareto establece, por ejemplo, que el 80% de las ganancias de una empresa se obtienen del 20% de los clientes. También ha sido aplicado a la distribución de riqueza alegando que el 80% de las riquezas están en manos del 20% de la población (Hardy, 2010) y además hay auto similitud en el sentido que del 20% más rico, el 20% controla de nuevo el 80% de la riqueza. De las curvas de Lorenz para las simulaciones, con muy poca variación, puede encontrarse que el 80% de la población tiene cerca del 60% de la riqueza, por lo tanto el 20% de la población tiene solamente el restante 40%. Se concluye que no cumple la distribución de Pareto. Según datos del Banco Mundial para el año 2009, en Costa Rica, el 20% de la gente posee el 56% de la riqueza

(PovcalNet, *Development Research Group of the World Bank*), por lo que en esta sociedad real, por ejemplo, tampoco se cumple la Ley de Pareto.

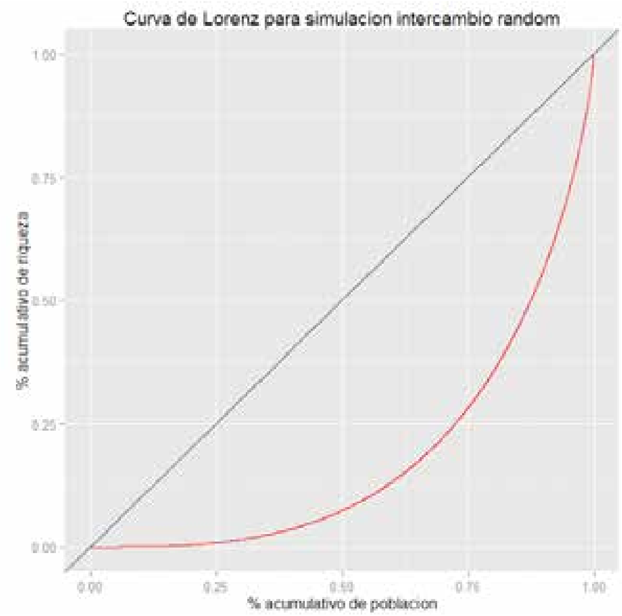


Figura No. 4 Curva de Lorenz para simulación con valor de intercambio aleatorio.

(Fuente: Elaboración propia con resultados de la simulación)

4.4. Índice Gini (IG)

El índice de Gini real para Costa Rica en el año 2009 según datos del Banco Mundial (PovcalNet, *Development Research Group of the World Bank*) es de 50.7, para la simulación con intercambio fijo es 35.6% y para simulación con intercambio aleatorio es de 63.2%. En el caso de un intercambio con valor fijo, se distribuyen los bienes más equitativamente en relación a lo observado en Costa Rica. En la simulación con el intercambio aleatorio, la distribución es mucho más desigual que la observada en Costa Rica pero si se parece un poco más a la observada en Honduras (IG57%). Como un índice de Gini mayor indica una distribución más desigual puede interpretarse que en comparación con Costa Rica, en Honduras hay una menor cantidad de personas muy ricas, y mayor cantidad de pobres. Es decir que la brecha entre la cantidad de ricos y pobres es más grande en Honduras que en Costa Rica. Lo mismo se puede observar en las sociedades simuladas, la brecha entre ricos y pobre es mayor cuando el intercambio es aleatorio que cuando el intercambio es fijo. La simulación con intercambio fijo con IG35.6% representa muy bien la desigualdad en la distribución de riqueza observa en países como Croacia y Polonia que tienen un índice de Gini de 33.65 y 32.95 respectivamente. La simulación con intercambio aleatorio (IG 63.2) indica una parecida a la observada en la sociedad colombiana (IG55.91%) y en Honduras (IG56.95%). Sin embargo, es necesario mencionar que la desigualdad en la distribución de la riqueza en la simulación con intercambio aleatorio es mayor que la de todas las sociedades reales de las que se pudo obtener datos.

El índice Gini parece no tener mayor relación con el nivel industrial del país. Por ejemplo, Estados Unidos es un país altamente industrializado, sin embargo, en una lista ordenada de menor a mayor (distribución más equitativa a distribución más desigual) que incluye 141 países, aparece en la posición 101 con un IG de 45. Los primeros lugares están ocupados por países con amplias políticas sociales. Por ejemplo países como Suecia, Dinamarca, Alemania, Islandia, Finlandia y Suiza se encuentran entre los primeros veinte lugares. Costa Rica aparece en la posición 123 de 141.

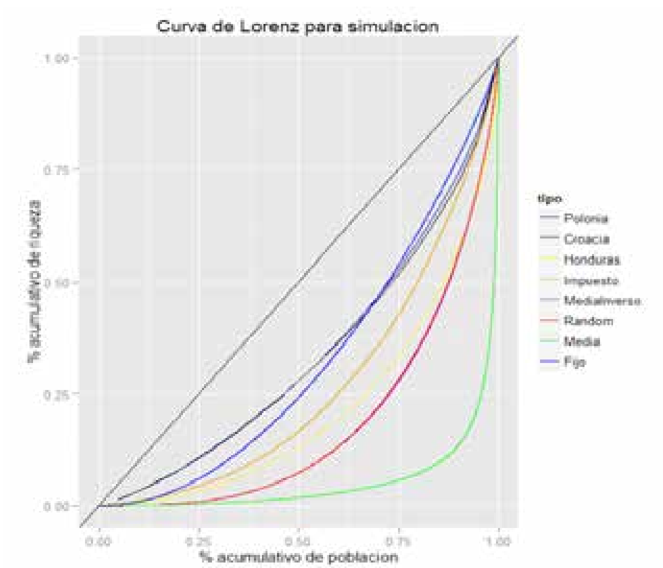


Figura No. 5 Curvas Lorenz para las diferentes simulaciones, comparadas con las curvas de diferentes países según el Banco Mundial

(Fuente: Elaboración propia con resultados de la simulación y con datos de PovcalNet para Polonia, Croacia y Honduras)

4.5. Simulaciones con término de fricción

Luego de correr las simulaciones para intercambio libre, con igual probabilidad para todos los agentes, se introduce un nuevo término en el Hamiltoniano en forma de una función de pesos que asigna probabilidad diferenciada a cada agente en función de la riqueza que tiene.

Con los resultados de la simulación se genera la curva de Lorenz que se ve más a la derecha en el gráfico 5. El área entre la recta ideal y la curva de Lorenz es más amplia que para simulaciones anteriores. El índice Gini calculado es de 89.38%. El término de fricción introducido en la simulación provoca una mayor desigualdad en la distribución de riqueza.

Un índice Gini como el descrito en esta simulación no se encuentra en ninguna sociedad real. Según la lista ordenada ofrecida por la Agencia central de Inteligencia (CIA), la mayor desigualdad se da en países ubicados en el centro y sur del continente africano. Países como Lesoto, Botsuana y Sudáfrica tienen los índices ginis más altos con valores entre 63.0% y 63.2%. Es muy interesante notar que estos valores son muy cercanos a los obtenidos en la simulación de un intercambio aleatorio (segunda simulación) de 63.2. Ya que para esta simulación no existe un Estado que intervenga, en estas sociedades tan desiguales es de esperarse que el gobierno influya muy poco o sea fácil de evadir.

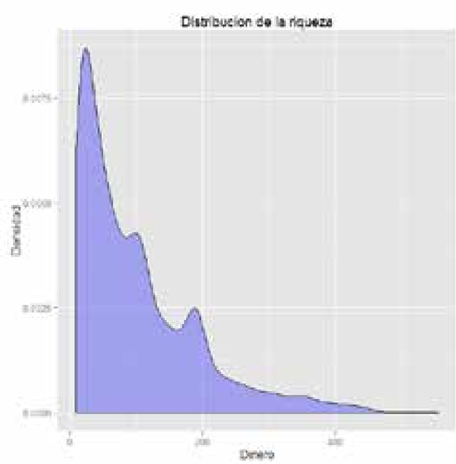


Figura No. 6 Densidad de riqueza para simulación de impuestos.

(Fuente: Elaboración propia con resultados de la simulación)

4.6. SIMULACIÓN DE IMPUESTO

Finalmente en la quinta simulación se estudia la idea de los impuestos directos. No hay un análogo directo con el modelo del gas ideal, ya que el modelo implementa impuestos escalonados. Se podría pensar en impuestos como una fricción que reduce la energía de manera proporcional a su velocidad y que luego es transformado en calor que se distribuye uniformemente entre todas las partículas. En esta simulación se genera una clase media, pero se observa que es bastante artificial. Hay picos de riqueza en 100 ya que los impuestos se reparten entre los que tienen menos de 100 y hay otro cerca de 200 ya que a partir de allí es que se empieza a cobrar impuestos, vea el gráfico 6. Se observa que los impuestos para más de 500 son muy grandes (30%) y no permiten que se acumule riqueza de manera considerable. Es importante notar que entre cada pico parece haber cierta autosimilitud con el caso en el cual no habían impuestos, es decir dentro de cada tracto se tiene una distribución como si el intercambio fuera aleatorio. De aquí se puede inferir que la modificación es completamente artificial y va en contra del comportamiento natural del sistema.

En particular este último argumento indicaría que en este modelo cumple que este tipo de impuestos van en contra de la mano invisible del mercado. Efectivamente los impuestos directos parecen ser distorsiones artificiales del comportamiento natural del mercado que parece ser un distanciamiento cada vez mayor entre clases sociales. Sin embargo se podría argumentar que crear esta distorsión es algo deseable en términos éticos o de estabilidad política.

5. TRABAJO FUTURO

Resulta importante y de carácter atrayente el realizar una simulación pero con una repartición de impuestos más cercana al modelo del gas ideal para determinar si se sigue generando una clase media y si esta surge de manera más natural que con impuestos directos en tractos. También se podría pensar en algún concepto que permita introducir la idea de impuestos indirectos para poder implementarlos de manera justificada a la simulación e implementar rastreadores que permitan ver la evolución temporal de la riqueza de los individuos. A partir de aquí lo interesante es observar si las personas que se hacen ricas suelen permanecer ricos o si hay mucha variabilidad. En el segundo caso el modelo estaría insinuando que siempre debe haber alguien rico, pero que no es importante quien sea, mientras que en el primer caso es una carrera para ver quien se hace rico primero y permanecer allí. También a partir de esto mismo se puede analizar la movilidad social, es decir que tan probable es ascender de clase social si se empieza pobre.

6. CONCLUSIONES

Al simular una población por medio de agentes análogos a partículas de un gas ideal se obtiene un comportamiento más cercano al gas ideal cuando se utiliza un tipo de intercambio aleatorio. En el modelo, únicamente aumentar la participación de los agentes con más dinero intensifica la desigualdad y separación entre clases sociales al aumentar el IG a 89.38% en comparación con el 63% obtenido con participación equitativa. En el modelo, únicamente aumentar la participación de los agentes con menos dinero no genera ninguna diferencia con respecto a no haberlo hecho. La distribución de riqueza de las simulaciones tanto en curva de Lorenz como en índice de Gini muestra comportamientos similares a las distribuciones de riqueza en países reales, en la segunda simulación se encontró un IG de 63%, parecido al de Honduras (57%), Colombia (55%) y Lesoto, Botsuana y Sudáfrica que están entre alrededor de 63%. La distribución de Pareto no se cumple en las simulaciones comparables a sociedades reales donde el 80% de la población obtiene el 60% de la riqueza. La simulación que parece cumplir la distribución de Pareto es en la que se incentiva la participación de los agentes con más dinero, sin embargo esta misma simulación da los resultados de curva de Lorenz más distantes de una sociedad real con un IG de 89%. En el modelo, únicamente incluir impuestos directos en tractos parece generar una distorsión artificial de las clases sociales.

Las simulaciones con intercambios libres, que pueden interpretarse como ausencia de un ente regulador, generan distribuciones de riqueza (IG63%) parecidos a algunas sociedades como Honduras (IG57%), Costa Rica (IG52%), Colombia (IG55%) y los países del centro sur africano (IG 63%), por lo tanto podría concluirse que en estos países el gobierno es ineficaz en sus intentos de mejorar la distribución de la riqueza nacional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Berresford, G., &Rockett, A. (2012). Applied Calculus, Brief. Cengage Learning. Pag. 386.

Central Intelligence Agency (CIA). The Fact World Book. Recuperado de https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook. (Revisado última vez el 23 de octubre de 2014).

Cockshott, P. (2009). Classical Econophysics (Routledge Advances in Experimental and Computable Economics).

Dorfman, R. (1979). A formula for the Gini coefficient. The Review of Economics and Statistics, 146-149.

Gastwirth, J. L. (1972). The estimation of the Lorenz curve and Gini index. The Review of Economics and Statistics, 306-316.

Hardy, M. (2010). Pareto's law. The Mathematical Intelligencer, 32(3), 38-43.

Kakwani, N. C. (1977). Applications of Lorenz curves in economic analysis. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 719-727.

Morgan, J. (1962). The anatomy of income distribution. The Review of Economics and Statistics, 270-283.

Parkin, M. (2004). Economics (Spanish Translation). Pearson Education. Sexta Edición.

PovcalNet: the on-line tool for poverty measurement developed by Development Research Group of the World Bank. Retrievedfromhttp://ireserarch.worldbank.org/PovcalNet/index.html.

R [computer software]. The R Project for Statistical Computing. Recuperado de http://www.r-project.org

Sethna, J. P. (2006). Statistical mechanics: entropy, order parameters, and complexity (Vol. 14). Oxford: Oxford University Press.

Simons, J. (2003). Statistical Mechanic. An introduction to theoretical chemistry. (pp 256-300). Cambridge University Press.

Este artículo fue seleccionado de trabajos presentados en la Segunda Conferencia Internacional sobre Economía, Administración y Tecnología, evento organizado por el Consorcio Economía, Administración y Tecnología (CEAT). El documento original ha seguido el proceso de revisión estándar de la Revista Economía y Administración (E&A). El proceso fue dirigido por el Ing. Marvin Aguilar (CEAT-2014) y supervisado por el PhD. Jorge Flores Silva, MSc. Manuel Flores Fonseca y PhD. Jesús Argueta Moreno (Editores de E&A).