

# MODELACIÓN Y CONTROL ÓPTIMO DE LA PROPAGACIÓN DE ESPECIES INVASIVAS EN PAISAJES HETEROGÉNEOS MEDIANTE AUTÓMATAS CELULARES

David Enrique Motiño Tercero<sup>a</sup>, Iván Yessel Henríquez Rivera<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Escuela de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Universidad Nacional Autónoma de Honduras, david.motino@unah.edu.hn

<sup>b</sup>Escuela de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Universidad Nacional Autónoma de Honduras, ivan.henriquez@unah.edu.hn

DOI: <https://doi.org/10.5377/pc.v1i19.18703>

*Recepción:* 20/08/2023

*Aceptación:* 15/04/2024

## *Resumen*

En este estudio se aborda el fenómeno de propagación de especies invasivas que generan problemas ecológicos, ambientales y económicos a gran escala. Existen diferentes modelos que abordan este tipo de fenómenos para establecer políticas y estrategias óptimas que puedan erradicar o controlar los brotes de especies invasivas. La mayoría de los modelos se basan en espacio-tiempo, sin embargo, no suelen tomar en cuenta la heterogeneidad del paisaje en la que existen características espaciales que, naturalmente, rigen la dinámica de los brotes en combinación con otras variables relacionadas al comportamiento de la especie invasiva y especie víctima.

En este trabajo se propone un modelo económico que determina las políticas óptimas para el control de un brote; el modelo captura información relacionada a la heterogeneidad del espacio considerando algunas de las características espaciales del paisaje que tienen incidencia en el fenómeno, con el objetivo de tener una mejor predicción respecto a la dinámica de los brotes. El modelo consiste en un problema de optimización dinámica basado en autómatas celulares, por lo que, además de determinar las estrategias óptimas de control, también nos permite visualizar la dinámica del fenómeno en cada tiempo proyectado.

El modelo se aplicó a diferentes escenarios de heterogeneidad para el paisaje y se hace un contraste con paisajes homogéneos, obteniendo resultados interesantes que confirman la importancia de la heterogeneidad en los modelos de especies invasivas.

**Palabras clave:** especies invasivas, autómatas celulares, control óptimo, programación dinámica binaria, heterogeneidad del paisaje

# MODELING AND OPTIMAL CONTROL OF THE SPREAD OF INVASIVE SPECIES IN HETEROGENEOUS LANDSCAPES USING CELLULAR AUTOMATA

David Enrique Motiño Tercero<sup>a</sup>, Iván Yessel Henríquez Rivera<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Escuela de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Universidad Nacional Autónoma de Honduras, david.motino@unah.edu.hn

<sup>b</sup>Escuela de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Universidad Nacional Autónoma de Honduras, ivan.henriquez@unah.edu.hn

DOI: <https://doi.org/10.5377/pc.v1i19.18703>

*Recepción:* 20/08/2023

*Aceptación:* 15/04/2024

## *Abstract*

This study deals with the phenomenon of propagation of invasive species that generate ecological, environmental and economic problems on a large scale. There are different models that address this type of phenomenon to establish optimal policies and strategies that can eradicate or control outbreaks of invasive species. Most models are based in space-time, however, they do not usually take into account the heterogeneity of the landscape in which there are spatial characteristics that naturally govern the dynamics of the outbreaks in combination with other variables related to the behavior of the invasive species and victim species.

This paper proposes an economic model that determines the optimal policies for control of an outbreak; the model captures information related to the heterogeneity of the space considering some of the spatial characteristics of the landscape that have an incidence in the phenomenon, in order to have a better prediction regarding the dynamics of the outbreaks.

The model consists of a dynamic optimization problem based on cellular automata, therefore, in addition to determining the optimal control strategies, it also allows us to visualize the dynamics of the phenomenon in each projected time.

The model was applied to different landscape heterogeneity scenarios and contrasted with homogeneous landscapes, obtaining interesting results that confirm the importance of heterogeneity in invasive species models.

**Keywords:** invasive species, cellular automata, optimal control, binary dynamic programming, landscape heterogeneity

## Introducción

Los modelos matemáticos son una herramienta importante en el estudio científico de diferentes fenómenos reales. Un modelo matemático es un conjunto de fórmulas y ecuaciones matemáticas que describen y caracterizan los elementos y sus interacciones más esenciales de un fenómeno. Los modelos matemáticos permiten establecer una comparación cuantitativa entre la teoría y la experimentación. Si los resultados del modelo son consistentes con los de un experimento, se concluye que la teoría subyacente provee una aceptable explicación de un fenómeno. Por otro lado, si los resultados del modelo no son similares a los de un experimento, significa que se debe hacer alguna corrección a la teoría.

En este trabajo, el fenómeno de interés es la dinámica de la propagación espacial de especies biológicas invasivas, específicamente la propagación en un medio heterogéneo. Existen diferentes modelos para este fenómeno, la mayoría de ellos son basados en ecuaciones diferenciales o autómatas celulares. A diferencia de los modelos de ecuaciones diferenciales, los modelos de autómatas celulares son simples y eficientes desde el punto de vista computacional. En nuestro caso, nos enfocaremos en un modelo de autómatas celulares.

La dinámica de la propagación en los fenómenos de especies invasivas depende de las características espaciales de la región de estudio, que van desde la altura, la topografía, el clima, el tipo de vegetación y otros aspectos que condicionan la reproducción y propagación de las especies invasivas y de las especies afectadas. También el factor estocástico puede intervenir en la dinámica de estos fenómenos, ya sea que la propagación se efectúe de forma estocástica en lugares contiguos al brote o en lugares aislados.

Los primeros modelos de propagación de especies invasivas se definían suponiendo un paisaje homogéneo, lo cual provoca que los parámetros del modelo se vuelvan sensibles a pequeños cambios arrastrando errores en la predicción de la propagación (MooIJ & DeAngelis, 1999) y (Pitt, 2008). En la actualidad disponemos de herramientas tecnológicas como los satélites que nos brindan Sistemas de Información Geográfica

(SIG, por sus siglas en inglés) que hacen posible incorporar la naturaleza heterogénea de los paisajes que rigen el comportamiento de los fenómenos de propagación de especies invasivas (Cole, 1999), por lo cual, es una característica deseable en la modelación de estos fenómenos con el fin de establecer políticas de control más acertadas (Epanchin-Niell, 2012; Pitt, 2008).

Para poder incorporar la información heterogénea del paisaje en estudio se debe hacer un análisis previo para identificar cuáles son las variables que tienen mayor incidencia en la reproducción y propagación de la especie invasora, una vez que se tienen definidas estas variables se procede a construir un mapa de susceptibilidad del paisaje (ver, por ejemplo, Lustig, 2017; Valdez *et al.*, 2017; y Vasquez *et al.*, 2020) y luego integrar esta información en el modelo

Epanchin-Niell y Wilen (2011) proponen un modelo para este fenómeno basado en autómatas celulares, formulado como un programa dinámico para poder controlar de manera óptima la propagación sobre un entorno homogéneo. Este modelo minimiza el costo económico del control de la propagación haciendo uso de dos políticas diferentes.

En este trabajo, nosotros proponemos una extensión al caso heterogéneo del modelo detallado en Epanchin-Niell y Wilen (2011). Esto se logra mediante la introducción de una función de susceptibilidad que permite la incorporación de diferentes variables del paisaje: temperatura, precipitación, elevación, etc.

## Descripción del modelo

En este trabajo se incorpora la función de susceptibilidad, que está definida en base a un mapa con diferentes niveles de susceptibilidad (alta, media, baja y nula). La incorporación de la función de susceptibilidad en el modelo base representa una variante más general respecto al modelo base, y el efecto que genera la incorporación de esta función de susceptibilidad en la dinámica de las variables de estado y de control es el de una mayor complejidad, semejante en cierta medida, a la naturaleza compleja de los fenómenos de especies invasivas expresada en el mapa

de susceptibilidad. Como se podrá ver más adelante, la función de susceptibilidad provoca en la dinámica del modelo una propagación más rápida en las celdas que son más susceptibles y una propagación lenta en las celdas menos susceptibles, es decir, la función de susceptibilidad genera diferentes tasas de propagación. La función de susceptibilidad en el modelo se alimenta de un mapa de susceptibilidad con cuatro diferentes niveles previamente construido, y las buenas predicciones del modelo respecto al fenómeno que se esté estudiando recaen sobre el mapa de susceptibilidad, por lo que se deben dedicar muchos esfuerzos para construir buenos mapas de susceptibilidad si se quiere aplicar este modelo.

### Formulación del modelo

El modelo consiste en un problema de control óptimo basado en un autómata celular. A continuación, definimos el autómata celular:

#### Autómata celular

- El reticulado:  $C := \{1,2,3, \dots, n\} \times \{1,2,3, \dots, m\}$
- El vecindario Von Neumann para cada celda:  
 $N_{ij} := \{(k,l) \in C: (i = k \wedge |j - l| = 1) \vee (j = l \wedge |i - k| = 1)\}$
- El conjunto de estados:  $U = \{0,1\}$
- El estado de cada celda en el tiempo lo denotaremos por  $x_{i,j,t}$
- La función de transición<sup>1</sup>:  $\tau: U \times U^d \times T \rightarrow U$

$$(x_{i,j}, u_1, \dots, u_d, t) \mapsto u$$

donde  $d := |N_{ij}|$

$$T := \{0,1,2,3, \dots, t_{max}\} \text{ (periodos de tiempo)}$$

#### Variables de estado y de control

$x_{i,j,t}$ : Indica presencia/ausencia de la especie invasora en la celda  $(i,j)$  en el tiempo  $t$ . (variable de estado).

$y_{i,j,t}$ : Indica si se remueve la especie invasora en la celda  $(i,j)$  en el tiempo  $t$ . (variable de control).

$z_{i,j,k,l,t}$ : Indica si se bloquea el borde comprendido entre la celda  $(i,j)$  y su celda vecina  $(k,l)$  en el tiempo  $t$ , con el propósito de prevenir una invasión desde la celda  $(k,l)$  hacia la celda  $(i,j)$  en el tiempo  $t$  (variable de control).

#### Parámetros

$r$ : Tasa de descuento.

$\beta_t$ : Factor de descuento en el tiempo  $t$ , donde  $\beta_t = (1+r)^{1-t}$ .

$d$ : Costos por daño incurrido por periodo de tiempo en cada celda.

$e$ : Costo de remover la invasión de una celda.

$b$ : Costo de bloquear la invasión desde una celda vecina.

$t_{max}$ : Tiempo máximo en el que se proyecta la solución del modelo.

#### Formulación del problema de control óptimo

$$\min \sum_{t \in T, t > 0} \beta_t \left\{ \sum_{(i,j) \in C} x_{i,j,t} d + \sum_{(i,j) \in C} y_{i,j,t} e + \sum_{\substack{(k,l) \in N_{ij} \\ (i,j) \in C}} z_{i,j,k,l,t} b \right\}$$

Sujeto a:

- $x_{i,j,t} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in C, t \in T$
- $y_{i,j,t} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in C, t \in T$
- $z_{i,j,k,l,t} \in \{0,1\}, \forall (k,l) \in N_{ij}, \forall (i,j) \in C, t \in T$
- $S(i,j,k,l,t) \in \{0,1,2,3\}, \forall (k,l) \in N_{ij}, \forall (i,j) \in C, t \in T, t > 0$

#### (Función de susceptibilidad)

- $x_{i,j,0} = x_{i,j}, \forall (i,j) \in C$
- $y_{i,j,0} = 0, \forall (i,j) \in C$
- $z_{i,j,k,l,0} = 0, \forall (k,l) \in N_{ij}, \forall (i,j) \in C$
- $x_{i,j,t} \geq x_{i,j,t-1} - y_{i,j,t}, \forall (i,j) \in C, t \in T, t > 0$
- $x_{i,j,1} \geq x_{k,l,0} - y_{i,j,1} - z_{i,j,k,l,1} - S(i,j,k,l,1), \forall (k,l) \in N_{ij}, \forall (i,j) \in C$
- $x_{i,j,2} \geq x_{k,l,1} + \left\lfloor \frac{S(i,j,k,l,2)+2}{3} \right\rfloor x_{k,l,0} - y_{i,j,2} - z_{i,j,k,l,2} - S(i,j,k,l,2), \forall (k,l) \in N_{ij}, \forall (i,j) \in C$
- $x_{i,j,t} \geq x_{k,l,t-1} + \left\lfloor \frac{S(i,j,k,l,t)+2}{3} \right\rfloor x_{k,l,t-2} + \left\lfloor \frac{S(i,j,k,l,t)+1}{3} \right\rfloor x_{k,l,t-3} - y_{i,j,t} - z_{i,j,k,l,t} - S(i,j,k,l,t), \forall (k,l) \in N_{ij}, \forall (i,j) \in C, t \in T, t > 2$
- $T = \{0,1,2,3, \dots, t_{max}\}$
- $t_{max} \geq 3$

Para garantizar que el sistema con horizonte infinito alcance un estado estacionario, se fijarán restricciones respecto a los costos por daños y por la aplicación de controles después de que el sistema alcanza un aparente estado estacionario para un

<sup>1</sup> La función de transición en este modelo sí depende del tiempo, a diferencia de los modelos presentados en Epanchin-Niell y Wilen (2011) y Chalak y Pannell (2011), dado que el modelo asume un paisaje heterogéneo donde los mapas de susceptibilidad pueden variar respecto al tiempo.

tiempo promedio lo suficientemente grande que garantice dicho equilibrio.

Definimos las siguientes restricciones al modelo descrito anteriormente para garantizar la solución de equilibrio del problema:

- $x_{i,j,t} = x_{i,j,t_{med}}, \forall (i,j) \in C, t > t_{med}$ .
- $y_{i,j,t} = y_{i,j,t_{med}}, \forall (i,j) \in C, t > t_{med}$ .
- $z_{i,j,k,l,t} = z_{i,j,k,l,t_{med}}, \forall (k,l) \in N_{i,j}, \forall (i,j) \in C, t > t_{med}$ .

donde  $1 < t_{mid} + 2 < t_{max}$ .

Para los tiempos hasta el infinito, calculamos los costos por daños o control en estado estacionario:

$$\sum_{t > t_{max}} \beta_t \left\{ \sum_{(i,j) \in C} x_{i,j,t_{max}} d + \sum_{(i,j) \in C} y_{i,j,t_{max}} e + \sum_{\substack{(k,l) \in N_{i,j} \\ (i,j) \in C}} z_{i,j,k,l,t_{max}} b \right\}$$

Luego sumamos este resultado en la función objetivo del modelo.

## Experimentos

Se realizaron diferentes experimentos computacionales para distintos mapas de susceptibilidad y se contrastó con el modelo base que asume un paisaje homogéneo.

### Experimento 1. Simulación en paisaje homogéneo

#### Dinámica de la propagación

El modelo asume un paisaje homogéneo (nivel de susceptibilidad alta en todo el mapa), sin haber un intento de control, el brote se propaga de las celdas invadidas a sus celdas vecinas en cada tiempo.

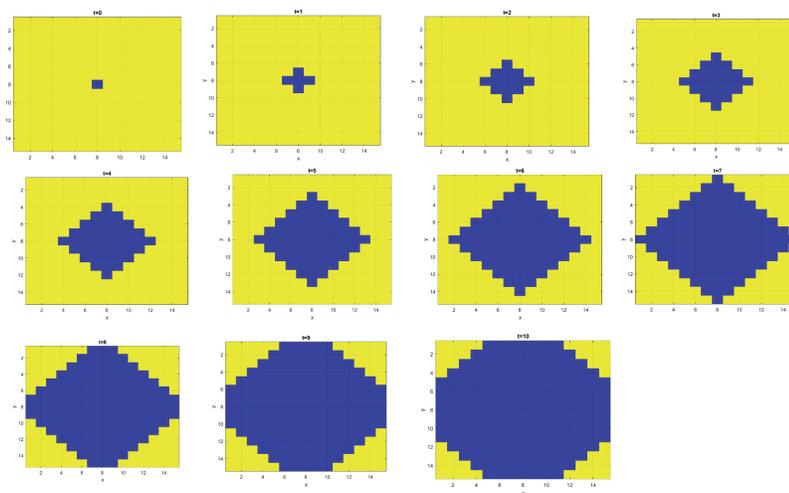
#### Parámetros

- Región rectangular: 15 x 15
- Brote inicial: En celda (8,8)
- Parámetros:  $t_{max} = 10, d = 1, e = 1000, b = 20, r = 0.05$

#### Resultados

- Política de control: Abandono
- Daño total del paisaje: 62.7% %
- Costos por daños: 459.754721
- Costos por control: 0

Figura 1. Simulación en paisaje homogéneo



Fuente: elaboración propia.

## Experimento 2. Simulación en paisaje heterogéneo

### Mapa de susceptibilidad

El modelo asume un paisaje heterogéneo con 3 niveles de susceptibilidad:

- Susceptibilidad alta: En un 11.11 % del paisaje en la parte central.
- Susceptibilidad media: En un 42.67 % del paisaje como anillo concéntrico a la región central de susceptibilidad alta.
- Susceptibilidad baja: En un 46.22 % en la parte periférica del paisaje.
- Susceptibilidad baja: En un 0 % del paisaje.

### Dinámica de la propagación

Sin haber un intento de control, el brote se propaga de las celdas invadidas a sus celdas vecinas propagándose rápido desde el centro, luego desacelera en la región de susceptibilidad media y al llegar a la región con susceptibilidad baja se propaga con lentitud.

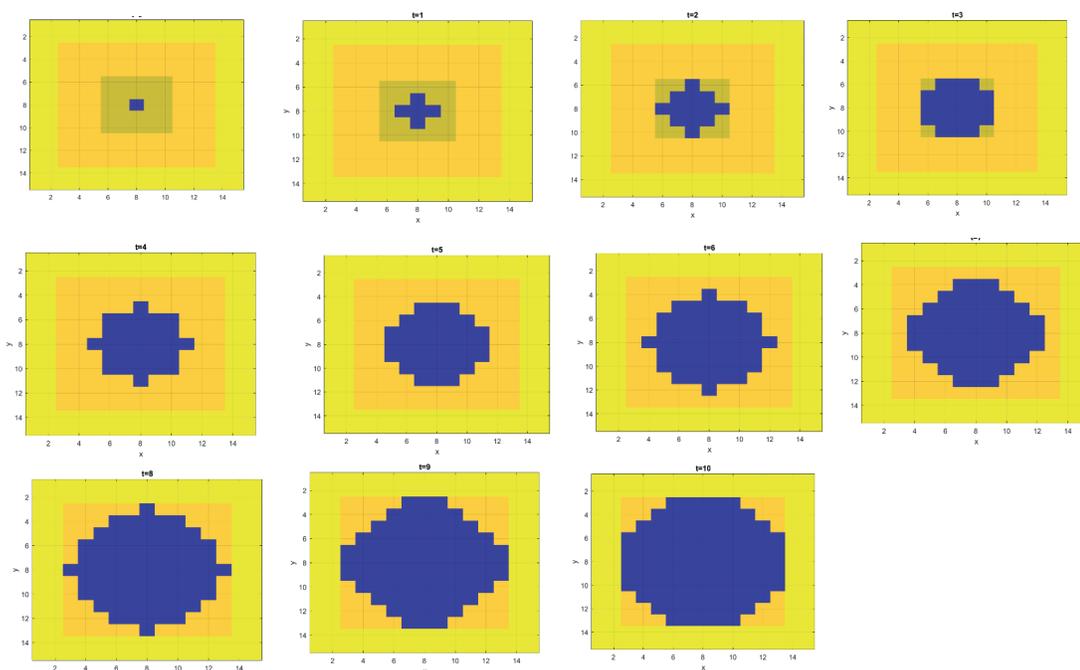
### Parámetros

- Región rectangular: 15 x 15
- Brote inicial: En celda (8,8)
- Parámetros:  
 $t_{max} = 10, d = 1, e = 1000, b = 20, r = 0.05$

### Resultados

- Política de control: Abandono
- Daño total del paisaje: 36 %
- Costos por daños: 287.936769
- Costos por control: 0

Figura 2. Simulación en un paisaje heterogéneo



Fuente: elaboración propia.

### Experimento 3. Simulación en paisaje heterogéneo

#### Mapa de susceptibilidad

El modelo asume un paisaje heterogéneo con 3 niveles de susceptibilidad:

- Susceptibilidad alta: En un 46.22 % en la parte periférica del paisaje.
- Susceptibilidad media: En un 42.67 % del paisaje como anillo concéntrico a la región central de susceptibilidad alta.
- Susceptibilidad baja: En un 11.11 % del paisaje en la parte central.
- Susceptibilidad baja: En un 0 % del paisaje.

#### Dinámica de la propagación

Sin un intento de control, el brote se propaga desde las celdas invadidas hacia las celdas vecinas, comenzando lentamente desde el centro. Luego, la propagación se acelera en las regiones de susceptibilidad media y, al llegar a las áreas de alta susceptibilidad, se propaga con rapidez.

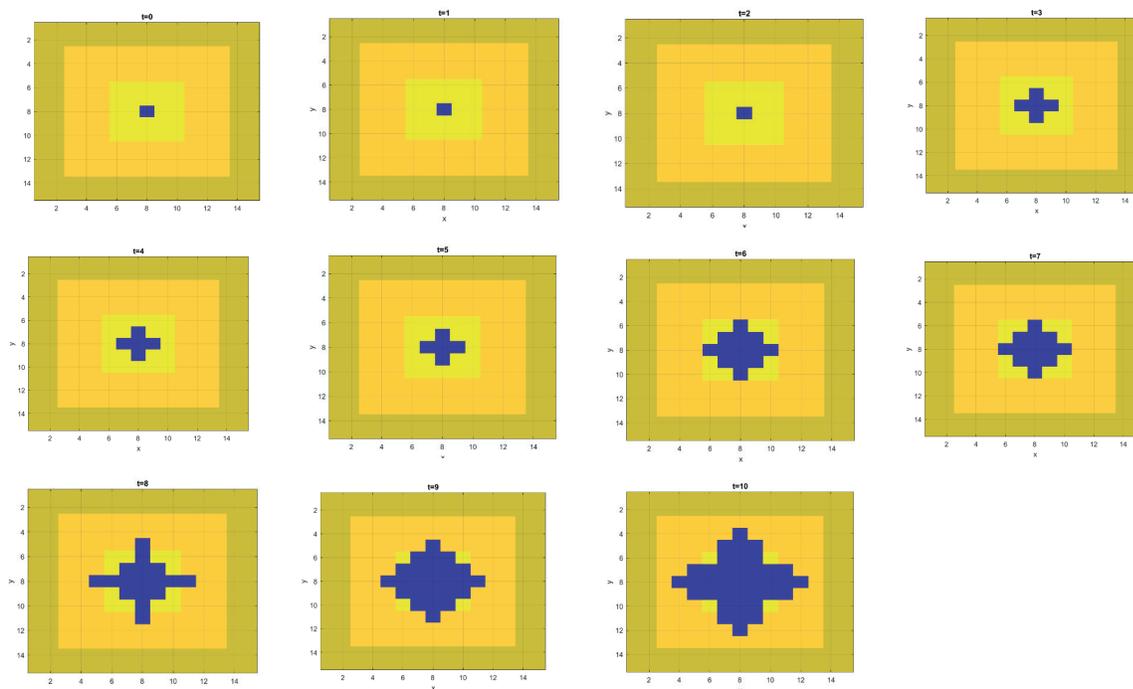
#### Parámetros

- Región rectangular: 15 x 15
- Brote inicial: En celda (8,8)
- Parámetros:  $t_{max} = 10$ ,  $d = 1$ ,  $e = 1000$ ,  $b = 20$ ,  $r = 0.05$

#### Resultados

- Política de control: Abandono
- Daño total del paisaje: 16.44 %
- Costos por daños: 87.659966
- Costos por control: 0

Figura 3. Simulación en un paisaje heterogéneo



Fuente: elaboración propia.

## Experimento 4. Simulación en paisaje heterogéneo

### Mapa de susceptibilidad

El modelo asume un paisaje heterogéneo con 4 niveles de susceptibilidad:

- Susceptibilidad alta: En un 26.66 % del paisaje distribuido aleatoriamente.
- Susceptibilidad media: En un 26.66 % del paisaje distribuido aleatoriamente.
- Susceptibilidad baja: En un 26.66 % del paisaje distribuido aleatoriamente.
- Susceptibilidad baja: En un 20 % del paisaje distribuido aleatoriamente.

### Dinámica de la propagación

Sin haber un intento de control, el brote se esparce a diferentes tasas de propagación.

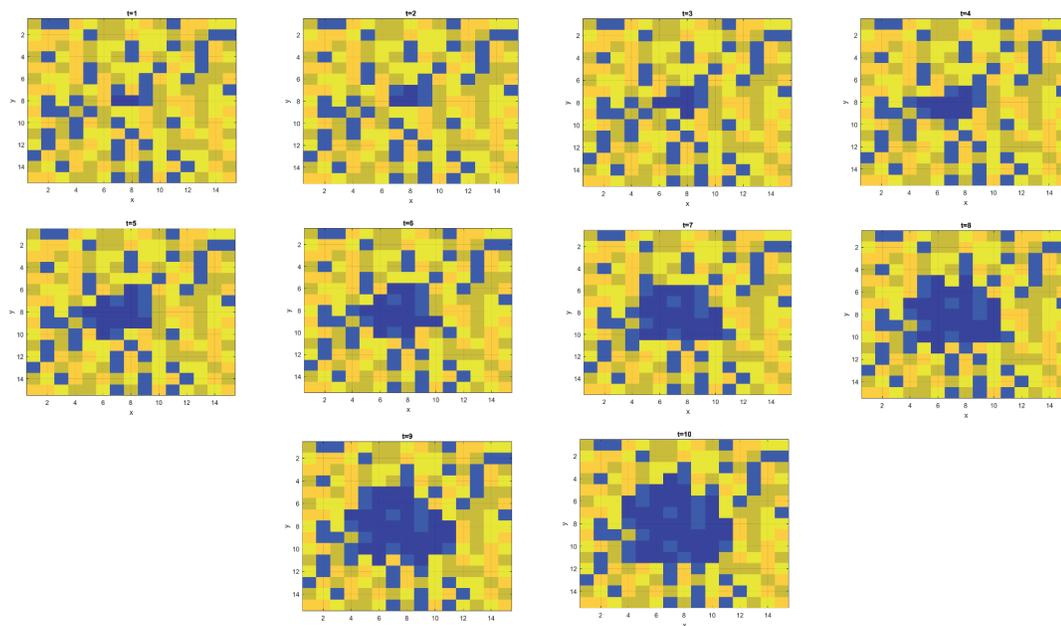
### Parámetros

- Región rectangular: 15 x 15
- Brote inicial: En celda (8,8)
- Parámetros:  
 $t_{max} = 10, d = 1, e = 1000, b = 20, r = 0.05$

### Resultados

- Política de control: Abandono
- Daño total del paisaje: 20 %
- Costos por daños: 109.771170
- Costos por control: 0

Figura 4. Simulación en un paisaje heterogéneo



Fuente: elaboración propia.

## Experimento 5. Simulación en paisaje homogéneo y constricción

### Mapa de susceptibilidad

El modelo asume un paisaje heterogéneo con 2 niveles de susceptibilidad:

- Susceptibilidad alta: En un 77.8 % del paisaje distribuido aleatoriamente.
- Susceptibilidad media: En un 0 % del paisaje.
- Susceptibilidad baja: En un 0 % del paisaje.
- Susceptibilidad baja: En un 22.22 % del paisaje distribuido en los bordes de la región central.

### Dinámica de la propagación

Sin haber un intento de control, el brote se esparce en cada tiempo y, al llegar a la región de constricción, se frena un poco la propagación.

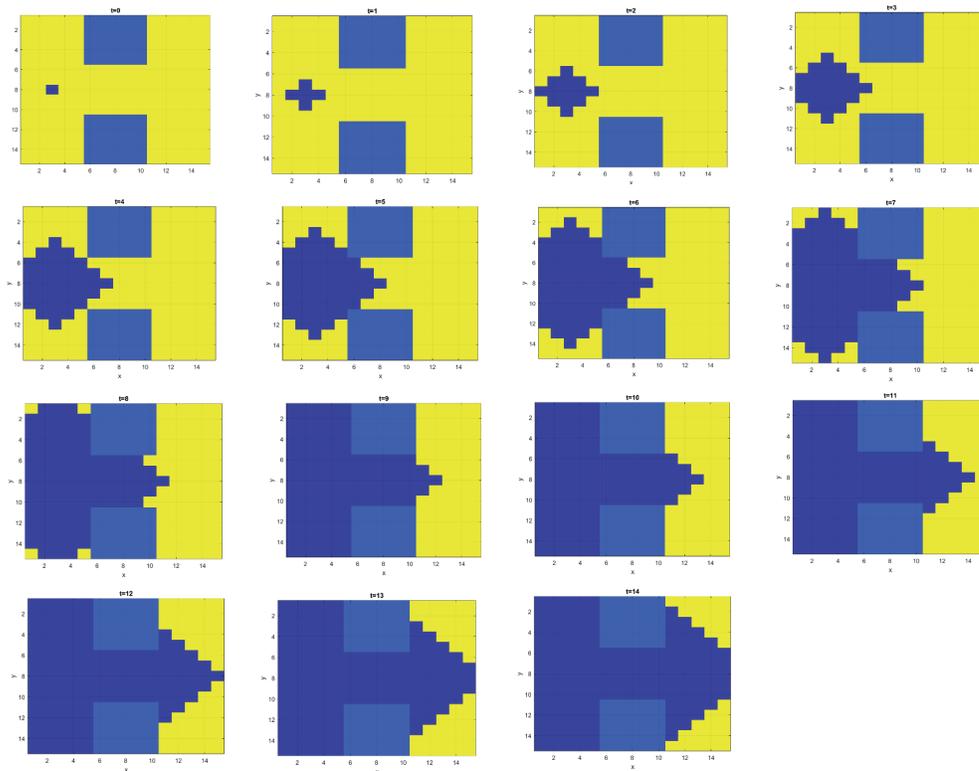
### Parámetros

- Región rectangular: 15 x 15
- Brote inicial: En celda (8,8)
- Parámetros:  
 $t_{max} = 14$ ,  $d = 1$ ,  $e = 5000$ ,  $b = 500$ ,  $r = 0.05$

### Resultados

- Política de control: Abandono
- Daño total del paisaje: 82.85 %
- Costos por daños: 732.114983
- Costos por control: 0

Figura 5. Simulación en paisaje homogéneo y constricción



Fuente: elaboración propia.

## Experimento 6. Simulación en paisaje heterogéneo y constricción

### Mapa de susceptibilidad

El modelo asume un paisaje heterogéneo con 2 niveles de susceptibilidad:

- Susceptibilidad alta: En un 26.66 % del paisaje distribuido aleatoriamente.
- Susceptibilidad media: En un 26.22 % del paisaje.
- Susceptibilidad baja: En un 23.11 % del paisaje.
- Susceptibilidad baja: En un 22.22 % del paisaje distribuido en los bordes de la región central.

### Dinámica de la propagación

Sin haber un intento de control, el brote se esparce en cada tiempo y al llegar a la región de constricción se frena un poco la propagación.

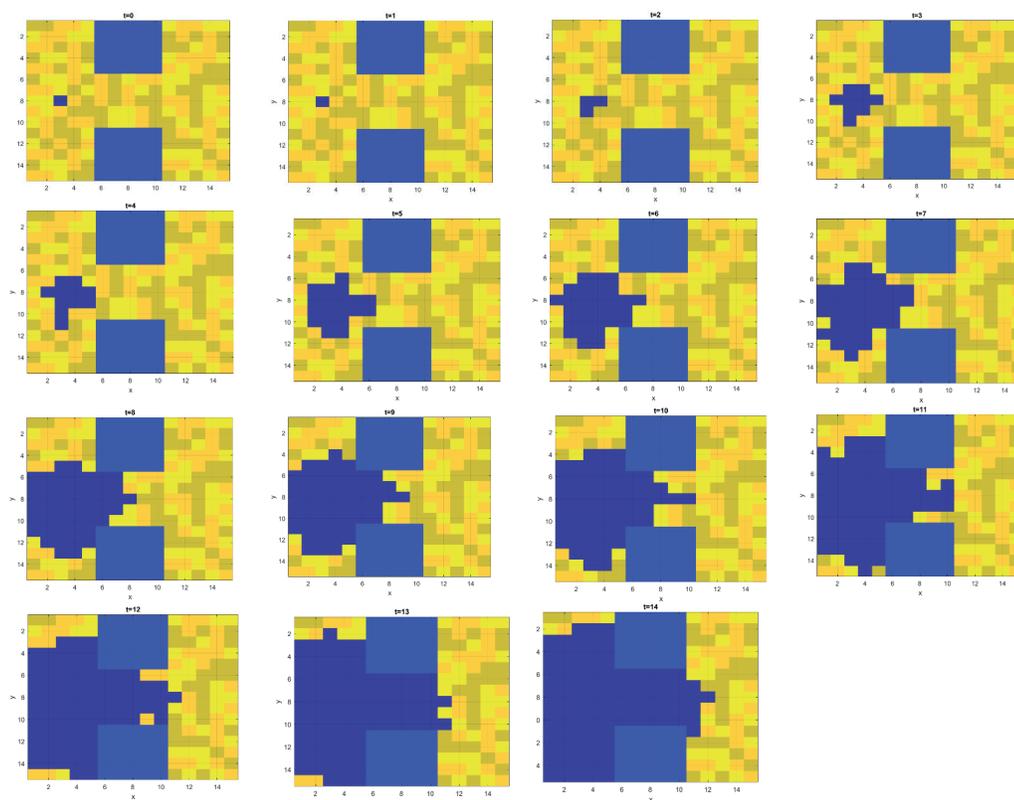
### Parámetros

- Región rectangular: 15 x 15
- Brote inicial: En celda (8,8)
- Parámetros:  $t_{max} = 14$ ,  $d = 1$ ,  $e = 5000$ ,  $b = 500$ ,  $r = 0.05$

### Resultados

- Política de control: Abandono
- Daño total del paisaje: 56.57 %
- Costos por daños: 397.282928
- Costos por control: 0

Figura 6. Simulación en paisaje heterogéneo y constricción



Fuente: elaboración propia.

## Comentarios finales

La incorporación de la función de susceptibilidad con diferentes niveles en el modelo de Epanchin-Niell y Wilen (2011) representa una mejora cualitativa y cuantitativa con respecto a los resultados reales de los fenómenos en estudio, los que se traducen en una mejor predicción de la posible dinámica de la población de las especies invasivas y, por lo tanto, también en una mejor planificación de recursos a utilizar para el control óptimo de estos fenómenos.

Una buena elección promedio de la tasa de propagación asumiendo paisaje homogéneo en el modelo podría hacer una buena predicción en cuanto al porcentaje de área infestada por la especie invasiva, sin embargo, en general puede ser deficiente en predecir la geometría de dicha área infestada. Tomar en cuenta la heterogeneidad del paisaje en el modelo permite tener resultados más cercanos a la realidad del fenómeno en cuanto a la geometría del área infestada.

La función de susceptibilidad permite la modelación de fenómenos de especies invasivas con paisajes con geometría irregular, no necesariamente rectangular, definiendo la función de susceptibilidad/idoneidad, de tal manera que discrimine las celdas que no forman parte de la región de estudio. Para la implementación de un fenómeno concreto se considera una o varias regiones rectangulares que enmarquen la región de estudio, esto implica un mayor uso de memoria y mayor costo computacional en la implementación del modelo, sin embargo, haciéndolo de esta manera la implementación es más manejable y la solución del problema no se ve alterada.

El mapa de susceptibilidad es clave en este modelo, ya que determina dónde habrá propagación y con qué velocidad se realizará. Es importante dedicar esfuerzos a la construcción de mapas de susceptibilidad para el fenómeno en concreto que se quiera estudiar si se pretende aplicar este modelo.

## Agradecimientos

Los autores desean agradecer al doctor Mario Julio Barragán Arce por sus ideas aportadas en el año 2010 durante un proyecto financiado por el USDA/

NIFA Grant 2010-34135-21021 en Tropical/Sub-tropical Agriculture Research.

## Referencias bibliográficas

- CHALAK, M., & PANNELL, D. J. (2011). Economics of controlling invasive species: a stochastic optimisation model for a spatial-dynamic process. *Centre for Environmental Economics and Policy, School of Agriculture and*.
- COLE, V. (1999). Exploring geographic parameter space with a GIS implementation of cellular automata. (The 11th Annual Colloquium of the Spatial Information Research Centre). University of Otago.
- Epanchin-Niell, R. S. (2012). Optimal spatial control of biological invasions. *Journal of Environmental Economics and Management*.
- EPANCHIN-NIELL, R. S., & WILEN, J. (2011). Optimal control of spatial-dynamic processes: the case of biological invasions. *Resources for the Future*.
- LUSTIG, A. (2017). A modeling framework for the establishment and spread of invasive species in heterogeneous environments. *Ecology and Evolution*.
- MOODY, M. E., & MACK, R. N. (1988). Controlling the spread of plant invasions: the importance of nascent foci. *Journal of Applied Ecology*.
- MOOIJ, W. M., & DEANGELIS, D. L. (1999). Error propagation in spatially explicit population models: a reassessment. *Conservation Biology*.
- PITT, J. P. (2008). Modelling the spread of invasive species across heterogeneous landscapes. [Tesis de grado]. Lincoln University.
- Valdez, M. C., Chan, K. T., Chen, C.-F., Chiang, S. H., & Santos, J. L. (2017). *Geomatics, Natural*.
- VASQUEZ, M. C., CHEN, C.-F., LIN, Y.-J., KUO, Y.-C., CHEN, Y.-Y., MEDINA, D., & DÍAZ, K. (2020). Characterizing spatial patterns of pine bark beetle outbreaks during the dry and rainy seasons in Honduras with the aid of geographic information systems and remote sensing data. *Forest Ecology and*.