

Implementación de la integral definida para el análisis de la viscosidad de fluidos

Vector study of the definite integral for the analysis of fluid viscosity

 **Glorielí Ponce Herrera¹**
glorieliponce87@gmail.com

 **Fátima Suyén López Valdivia¹**
lopezvaldivia1303@gmail.com

 **Carmen Isabel Canales Urrutia¹**
isabellitacurrutia@gmail.com

 **Walter Ismael Medina Martínez¹**
medinawalter99@gmail.com

 **Cliffor Jerry Herrera Castrillo¹**
cliffor.herrera@unan.edu.ni

Fecha de Recepción: 17-08-2023

Fecha de Aprobación: 19-10-2023

RESUMEN

Este artículo presenta la implementación de la integral definida para analizar la propiedad de viscosidad en los fluidos, con el objetivo de proporcionar una guía para la investigación y análisis en este campo complejo desde una perspectiva del cálculo matemático. Se seleccionaron dos problemas relacionados con la variable de viscosidad extraídos de la novena edición del libro de Víctor Stretter. Para recopilar información precisa y presentarla de manera coherente, se empleó un enfoque cualitativo. A través de cálculos físicos y matemáticos, se desarrolló un método sólido para estudiar la viscosidad, promoviendo la interdisciplinariedad al abordar temas relevantes de distintas áreas de la carrera de Física-Matemática, como Cálculo, Álgebra y Física mecánica de fluidos, así como la evaluación a través de rúbricas. Los resultados de este estudio contribuyen al enriquecimiento y ampliación del conocimiento, tanto para estudiantes como para docentes interesados en las propiedades de los fluidos. Este enfoque innovador combina diferentes asignaturas y fomenta el desarrollo del pensamiento crítico en las nuevas generaciones de académicos.

Palabras claves: Evaluación de aprendizajes, integral definida, interdisciplinariedad, vectores, viscosidad.

¹ Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua. Facultad Regional Multidisciplinaria de Estelí, Departamento de Ciencias de Educación y Humanidades. Estelí, Nicaragua.



ABSTRACT

This paper presents the implementation of the definite integral to analyze the viscosity property in fluids, to provide a guide for research and analysis in this complex field from a mathematical calculus perspective. Two problems related to the viscosity variable were selected from the ninth edition of Victor Streeter's book. To gather accurate information and present it coherently, a qualitative approach was employed. Through physical and mathematical calculations, a solid method was developed to study viscosity, promoting interdisciplinarity by addressing relevant topics from different areas of the Physics-Mathematics career, such as Calculus, Algebra, and Fluid Mechanics Physics, as well as evaluation through rubrics. The results of this study contribute to the enrichment and broadening of knowledge, both for students and teachers interested in the properties of fluids. This innovative approach combines different subjects and fosters the development of critical thinking in new generations of academics.

Keywords: Learning assessment, definite integral, interdisciplinarity, vectors, viscosity.

BILA PRAHNIRA

Naha ulbanka na integral definida dukiara aisisa nahki li satka nani buhni ka ra yus muni ba dukiara, baku natkara bapanka tara ba sika stadi munaia bara lukikaikaia dukiara ta briaia bukka kum paskaia nahki diara kulki sakaia marikanka ba wina. Trabil nani wal wahbi sakan kan li buhni ka dukiara Victor Streeter bukka namba matlalkahbi pura yumphaba wina. Sturi nani kau yamni wapnira wahbaia dukiara, lukanka nina cualitativo (misar munaras pliki lakikaikanka) wiyaba wal paskan sa. Naha warkka nani daukan sa Físico bara kulkisakaia marikanka nani wal li buhni ka dukiara kau yamni stadi takaia sins tanka brih sat sat nani aikuki, baku natkara Fisica-Matematica skul ka tilara dingki bilka sat sat nani bara ba Calculo, Algebra bara li satka nani Fisica mecánica ka nani, baku sin nahki rúbrika paski laki kaikaia dukiara. Naha staditakanka másakanka ba kau diara nani lantakaia dukiara tabaikanka tãra kabia, staditakra nani bara smasmalkra nani li dukiara kau nutakaia lihki nani ba mapara. Naha warkka daukaia natka raya na skul smalkanka bilka satsat nani wal miks taki sa baku sin tuktan skul tara dimi nani ninara aula ba sinska laka pãkaia dukiara.

Baksakan bila nani: Dia lantakan ba lakikaikanka, Sinska tanka satsat warkka, Lain yari piska kum, Buhnika.

Para citar este artículo en APA: Ponce Herrera, G., López Valdivia, F. S., Canales Urrutia, C. I., Medina Martínez, W. I., & Herrera Castrillo, C. J.. (2023). Implementación de la Integral Definida para el análisis de la viscosidad de fluidos. *Wani*, 39(79), 62-77. <https://doi.org/10.5377/wani.v39i79.16921>

INTRODUCCIÓN

Se estudia la viscosidad de los fluidos comprendiendo sus fundamentos teóricos y aplicándolos en el análisis y resolución de situaciones problemáticas. Se enfoca en la implementación de integrales y vectores para el cálculo de esta variable. El propósito es adquirir los fundamentos teóricos necesarios, para obtener un amplio conocimiento sobre el tema y luego aplicarlos en la solución de circunstancias o problemas relacionados con la viscosidad en diversos fluidos. Asimismo, es importante destacar que, en Nicaragua, la educación superior tiene una amplia gama de objetivos

que buscan contribuir al desarrollo integral del país y formar profesionales competentes y comprometidos con su sociedad (Gutiérrez Altamirano, 2023, p. 39).

Tanto la Física como la Matemática, han sido las ciencias más importantes a lo largo de toda la historia de la humanidad, ya sea en los avances científicos o tecnológicos como en el diario vivir, estas se encuentran a pequeña, mediana o gran escala. (Mairena, et al., 2023, p. 49).

El propósito de este estudio es dar a conocer cómo a través de las integrales definidas, se puede dar solución a dos ejercicios que se establecen por el cálculo de una ecuación general ya establecida para dicho fin, y con otros métodos como la deducción por aplicaciones tecnológicas para realizar gráficos y darles respuestas a dichas cuestiones. Se recopiló información relevante para comprender mejor el tema, tomando en cuenta ítems importantes: fórmulas, leyes, conceptos y teoremas básicos, de donde se obtuvieron datos de sumo valor.

Para el análisis de la aplicación vectorial mediante la integral definida, se optó por la búsqueda de problemas resueltos del libro de Víctor Streeter (novena edición) y hacerles una adaptación para resolver; se usó la interdisciplinariedad de las asignaturas vinculadas (cabe recordar que la integral es la inversa de la derivación). Esto es debido a la poca información que se obtuvo de cómo redactar desde cero un problema de este tipo de envergadura, la viscosidad, sin tener un amplio conocimiento de cómo se debía aplicar el campo vectorial y las integrales a este mismo.

La mayor dificultad que presentan los estudiantes es el análisis e interpretación de problemas, debido a la falta de lectura que requieren los contenidos de Física y el tiempo que dedican a sus horas de estudio independiente, influyendo de esta manera a que no puedan alcanzar un nivel satisfactorio de aprendizaje y, mucho menos, fortalecer competencias que les permitan desempeñarse en contextos distintos a aquellos en los que se les ha enseñado. (Herrera Arróliga y Herrera Castrillo, 2023, p. 98)

Sobre la resolución de problemas referente a mecánica de fluidos, utilizando el cálculo integral y álgebra vectorial, se han realizado algunos estudios donde se involucra el trabajo práctico experimental y el uso de tecnología, se pueden señalar los siguientes:

A nivel internacional

- Zamora y Kaiser (2009) emplearon un enfoque pedagógico combinado que se basó en la utilización de herramientas de simulación numérica y un sistema de aprendizaje orientado a la resolución de problemas, con el objetivo de enseñar temas avanzados de mecánica de fluidos.
- En el trabajo realizado por Vargas Pico (2011), se llevó a cabo un estudio del flujo de agua con el propósito de generar informes de práctica en el tablero de fluidos del laboratorio de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica. Este estudio incluyó datos recopilados en las guías de prácticas, donde se variaron los valores de presión y caudal para comparar los tiempos de llenado tanto en el tablero de fluidos análogo como en el modificado, con el fin de identificar áreas de mejora.



A nivel Nacional

- En el análisis realizado por Ortuño Blandón et al. (2023), se enfocaron en la resolución de dos problemas inéditos utilizando elementos esenciales de Cálculo II, Álgebra III, Estructura de la Materia y Evaluación Educativa. Este estudio proporciona información valiosa tanto para investigadores futuros como para aquellos que buscan ampliar sus conocimientos en el tema.
- El trabajo de López López et al. (2023), sobre las aplicaciones del cálculo integral en la compresibilidad de fluidos en un campo vectorial, permitió el desarrollo del pensamiento lógico y crítico para la creación y resolución de problemas físicos relacionados con la compresibilidad de los fluidos. Sus hallazgos contribuyen al avance en este campo de estudio.
- Delgadillo Tijerino et al. (2023), presentaron un prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración de la ecuación de Euler y el principio de conservación de la energía, utilizando integrales y vectores. Su investigación se basó en la búsqueda y análisis de información confiable, proporcionando un fundamento científico sólido para el documento.
- En cuanto al uso de simuladores y asistente matemático para la demostración del principio de Pascal mediante integrales y vectores, Muñoz Vallecillo et al. (2023) destacaron el papel del asistente matemático Wolfram Alpha, un software diseñado para resolver problemas matemáticos, y del simulador PhET correspondiente al principio de Pascal y la prensa hidráulica. Estos recursos permitieron una demostración matemática sencilla y el uso de métodos comunes en la resolución de problemas relacionados.
- Por último, Mairena Mairena et al. (2023) llevaron a cabo un prototipo de trabajo práctico experimental para demostrar la existencia de fluidos miscibles utilizando el cálculo vectorial. Su enfoque consistió en un análisis secuencial y lógico de conceptos teóricos, utilizando integrales, vectores, mecánica de fluidos, prototipos y rúbricas de evaluación.

Según el estudio llevado a cabo por Castillo-Castillo et al. (2023), se investigaron los trabajos de grado realizados en Nicaragua durante el período 2018-2022. Los resultados revelaron que temáticas como cuerpos celestes, física cuántica y mecánica de fluidos no se abordaron en profundidad. Esta situación motivó al grupo de investigadores a centrarse en el estudio de la viscosidad de los fluidos, utilizando herramientas de matemáticas aplicadas.

La utilidad de este trabajo es dejar una pauta para la investigación y el análisis de los fluidos, en tanto la complejidad del tema desde el punto del cálculo matemático, teniendo muchos problemas a resolver, otros parcialmente resueltos o sin solucionar de la forma tradicional. Estos solamente han sido analizados desde los sistemas tecnológicos, como es el caso de simuladores matemáticos o físicos y desde los ordenadores. Se proyecta dejar una síntesis de cómo se podrían resolver estos problemas, para que se puedan usar desde las aulas de clases generando conocimiento, aplicable en los programas de estudio que se ofrecen en el área de física o de ingeniería a nivel universitario. Se pueden retomar en el ámbito de un trabajo de campo que pueda estar haciendo un egresado de las carreras afines al tema. También, pueden ser retomados por estudiantes que tengan una duda sobre el argumento referido y quieran completar sus conocimientos a través de este documento.



Además, en este documento se aplica la interdisciplinariedad, es decir, se vinculan distintas disciplinas de estudio, entre las que destacan: Cálculo II, Álgebra II, Estructura de la Materia, Evaluación educativa y Curso de Graduación de Profesor de Educación Media (PEM), otorgando teorías y leyes a la investigación en curso del área de estudio, complementándose hacia un objetivo común. Esta vinculación curricular se hará usando argumentos de cada una de las áreas, como el caso de los vectores, integrales definidas y el análisis de la viscosidad a través de ejercicios planteados. La redacción de una rúbrica se aplicará para evaluar dicha búsqueda, análisis y aplicación de teorías, así como el planteo de problemáticas inmersas dentro de esta investigación.

Referente Teórico

A continuación, se muestra el referente teórico sobre aspectos matemáticos (cálculo y álgebra), la resolución de problemas de la viscosidad de fluidos.

Vectores

Dentro del área de la física se conoce como vector a un segmento de recta en el espacio que parte de un punto hacia otro, es decir, que tiene dirección y sentido. Los vectores en física tienen por función expresar las llamadas magnitudes vectoriales. (Ortega Ibarra, 2020)

Integral definida

Así como el concepto de la derivada proviene del problema geométrico de trazar una tangente a una curva, el problema histórico que conduce a la definición de la integral definida es el cálculo de áreas bajo una curva. (Rondero García, 2011, p. 6)

Teorema fundamental del Cálculo

El teorema fundamental del cálculo para Rondero García (2011), señala: si una función f es continua en el intervalo $[a, b]$, entonces existe la integral definida

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad (1)$$

Mecánica de fluidos

Según el libro de introducción a la mecánica de fluidos, “un fluido es una sustancia incapaz de resistir fuerzas o esfuerzos de corte, sin deformarse, por pequeño que sea el esfuerzo; es decir que esta es capaz de fluir” (Duarte Agudelo et al., 2004, p. 7).

Propiedades de los fluidos

Las propiedades de un fluido son “aquellas magnitudes físicas cuyo valor definen el estado en que se encuentra. Son propiedades: la presión, la temperatura (común a todas las sustancias), la densidad, la viscosidad, la elasticidad, la tensión superficial, fluidez, compresibilidad, entre otras” (Areacencias, 2022).



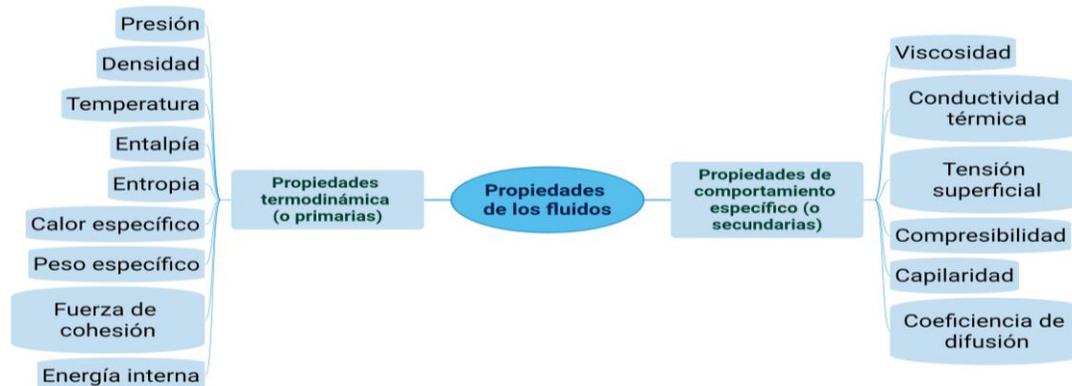


Figura 1. Propiedades de los fluidos (López López, et al., 2023, p. 27).

Viscosidad

Según el físico Carballo (2018), la viscosidad es la fricción interna que tienen los fluidos, o bien la resistencia al flujo de estos. En el caso de los líquidos, la viscosidad se debe a las fuerzas de cohesión de corto alcance, en el caso de los fluidos gaseosos se deberá a los choques entre las moléculas que lo compongan.

La viscosidad es una propiedad fundamental de los fluidos, que se puede comprender de manera más sencilla como su espesor o su resistencia a fluir libremente y a deformarse gradualmente bajo la influencia de tensiones cortantes o de tracción. En otras palabras, es la medida de la "pegajosidad" de un fluido, determinando su capacidad para fluir de manera suave o para resistirse a los cambios de forma. La viscosidad es crucial en numerosos fenómenos físicos y procesos industriales, ya que afecta la velocidad de flujo, la lubricación, la dispersión de partículas y muchas otras propiedades relacionadas con el comportamiento de los fluidos.

Implementación de integrales definidas para el análisis de la viscosidad

Ley de poiseuille

Cuando un líquido está fluyendo por medio de un tubo, la viscosidad se haya por medio de la ley de poiseuille, donde “las diferentes capas varían su velocidad con respecto al eje y sus diferentes variables son respecto al radio y la longitud del tubo”. (Fonseca, 2015)

$$Q = \frac{\pi(\Delta P r^4)}{8\eta L} \quad (2)$$

Ley de viscosidad de newton

Según el ingeniero mecánico electricista, Sanguinetti (2021) “cuando a un fluido se le aplica una fuerza o un esfuerzo cortante, el fluido presenta una resistencia al movimiento, conforme continúa dicho esfuerzo el fluido tiende a deformarse. Posteriormente fluye y su velocidad aumenta conforme incrementa el esfuerzo.” Esto sería una explicación sencilla de lo que establece en sí la ley de viscosidad de newton, la cual dice que: “para ciertos fluidos, el esfuerzo cortante sobre una

interfaz tangente a la dirección del flujo es proporcional a la tasa de cambio de la velocidad con respecto a la distancia, donde la diferenciación se toma como en dirección normal a la interfaz”.

La ecuación para esta ley es

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (3)$$

Siendo τ la densidad del flujo viscoso, μ viscosidad absoluta, $\frac{dv}{dy}$ el gradiente de la velocidad.

Problemas adaptados

Los problemas adaptados se refieren a situaciones, desafíos o ejercicios que han sido modificados o ajustados para adaptarse a las necesidades específicas de los individuos o grupos a los que se les presenta. Estos problemas se diseñan teniendo en cuenta las capacidades, habilidades y niveles de competencia de los participantes, con el objetivo de brindarles oportunidades de aprendizaje significativas y alcanzables.

La adaptación de los problemas puede implicar simplificar o complicar la dificultad, ajustar el nivel de complejidad, proporcionar apoyos visuales o verbales adicionales, modificar el formato o estructura del problema, entre otros cambios. El propósito principal de los problemas adaptados es garantizar que los participantes puedan comprender y abordar los desafíos de manera efectiva, aprovechando al máximo su potencial de aprendizaje y desarrollo. Estos problemas adaptados se utilizan comúnmente en contextos educativos, terapéuticos o de desarrollo personal, con el fin de promover la inclusión, el progreso y el éxito de los individuos involucrados.

Evaluación de los aprendizajes

La evaluación es esencial en un proceso de recolección e interpretación de evidencias de aprendizaje, que permiten emitir juicios informados y tomar decisiones acerca de la progresión de los estudiantes en este proceso. Se considera que es un componente central de un proceso de enseñanza-aprendizaje de calidad. (Zuniga et al., 2014, p. 15)

Rúbrica

Las rúbricas son recursos que cuentan con un gran potencial educativo, no solo al servicio de la educación primaria y secundaria, sino también en los estudios universitarios. En este ámbito educativo, las rúbricas son especialmente útiles por su contribución al desarrollo y a la evaluación de competencias, pilar fundamental de la educación superior. (Alcón Latorre, 2016, p. 11)

La rúbrica desempeña un papel crucial debido a su capacidad para fomentar la responsabilidad y la autorreflexión en los estudiantes. Proporciona criterios claros y específicos para medir y documentar el progreso de los alumnos, permitiendo una comunicación efectiva entre el profesor y el estudiante. Además, su uso va más allá de la materia específica, ya que se puede aplicar en prácticamente todas las áreas de enseñanza. Al utilizar rúbricas, los educadores tienen la oportunidad de mejorar constantemente sus métodos de enseñanza y adaptarlos a las necesidades individuales de los estudiantes, promoviendo así un aprendizaje más efectivo y significativo.

MATERIALES Y MÉTODOS

Enfoque

Taylor y Bodgan (2001) afirman que:

La investigación cualitativa produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable. Es decir, este enfoque puede concebirse como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. (p. 20)

El análisis de los alcances de este trabajo permite concluir que es esencialmente un estudio descriptivo.

Hernández et al. (2014), señalan que:

Los estudios descriptivos buscan especificar propiedades y características importantes de cualquier fenómeno que se analice. Se utilizan en investigaciones con objetivos de tipo exploratorio o descriptivo. Con este tipo de investigaciones se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, procesos o cualquier otro fenómeno en análisis. Además, sirven para analizar cómo es y cómo se manifiesta un fenómeno y sus componentes. (p. 92).

El objetivo principal de esta investigación es describir y comprender la interpretación y análisis de los hechos, situaciones, vivencias, actitudes predominantes, circunstancias y experiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje, considerando su profundidad y alcance. En otras palabras, se pretende analizar y entender de manera detallada, los diferentes aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje, permitiendo así una visión más completa de este proceso, todo a través de la redacción y resolución de problemas adaptados.

Paradigma

Esta investigación se adscribe al paradigma Interpretativo, en línea con el enfoque propuesto por Zavala y Salinas (2017), quienes destacan la importancia de comprender e interpretar la realidad, los significados y las intenciones de las personas (p. 295). En este estudio se abordó la adaptación de dos problemas relacionados con la variable de viscosidad, los cuales fueron extraídos del libro de Víctor Streeter (9na. ed.).

Participantes

Este estudio se llevó a cabo en el contexto del curso de Graduación de Profesor de Educación Media (PEM), con la participación de 41 estudiantes, de los cuales 23 eran mujeres y 18 hombres. Durante el curso, los participantes realizaron investigaciones sobre diversas temáticas, entre las cuales se destacan las siguientes:





Figura 2. Temáticas abordadas en el curso de graduación PEM (Herrera Castrillo, 2023)

Además, para ampliar el alcance de la investigación, se incluyeron como sujetos de estudio diversos libros, artículos y fuentes consultadas relacionadas con la temática general de "Estudio de Integrales en Propiedades de los Fluidos con un Análisis Vectorial". De esta manera, se buscó enriquecer el marco teórico y obtener una visión más completa y fundamentada sobre el tema abordado.

Instrumento de recogida de datos

En el trabajo realizado no se aplicaron entrevistas ni encuestas, sino que se utilizó "la guía de levantamiento de información documental" (Herrera Castrillo, 2023, p. 36). Este análisis documental se realizó mediante diferentes fuentes, principalmente libros y tesis.

El análisis documental mencionado anteriormente, se relaciona con el enfoque y los objetivos de este artículo. En el estudio realizado se utiliza un enfoque cualitativo que implica recopilar información precisa y examinarla, para redactar coherentemente el contenido del artículo. Además, se emplean cálculos físicos y matemáticos para resolver los problemas relacionados con la viscosidad, adaptados del libro de Víctor Streeter. En este sentido, el análisis documental permite extraer y sintetizar los datos relevantes de las fuentes consultadas, facilitando así el desarrollo de un método sólido para el estudio de la viscosidad.

Este estudio promueve la interdisciplinariedad al abordar temas relevantes de diferentes áreas de la carrera de Física-Matemática, como Cálculo II (integrales definidas), Álgebra III (vectores), Estructura de la Materia (mecánica de fluidos/viscosidad) y Evaluación de los Aprendizajes (rúbrica de Evaluación). De esta manera, se enriquecen y amplían los conocimientos al combinar diferentes asignaturas y se fomenta el desarrollo del pensamiento crítico en las nuevas generaciones de intelectuales.

Análisis de la información

La información que en este documento se presenta, se obtuvo, a través de un proceso largo de investigación, donde se recopiló datos de suma importancia, que fueron seleccionados, analizados, criticados y finalmente, argumentados, para lograr un trabajo de calidad que aporte una reseña de interés acerca del tema propuesto.

Para la debida redacción se tomó en cuenta investigaciones primarias y secundarias; la información científica devino de documentos acreditados, conferencias y libros, así como resúmenes, fuentes

académicas y bibliografías digitales, con el fin de retomar generalidades de los ítems más interesantes para alcanzar el objetivo de la investigación. Tanto lo teórico como en lo empírico, se retomó conceptos, propiedades y leyes establecidas anteriormente, analizándolas y argumentándolas con el fin de proporcionar la información necesaria, para entender los análisis que se estarán estableciendo en el apartado del análisis de la viscosidad de un fluido.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al aplicar el marco teórico en el análisis de los problemas de investigación y en la elaboración del instrumento de evaluación. Estos resultados se relacionan con los objetivos planteados y se establecen conclusiones a partir de ellos. Además, se explican y comparan los datos obtenidos, estableciendo conexiones con la investigación teórica y los antecedentes de la problemática investigada.

En este estudio se trabajaron varias variables, entre ellas la viscosidad, el estudio vectorial y la integral definida. También se utilizaron la viscosidad cinemática, la densidad y la viscosidad dinámica, ya que son fundamentales para el análisis y la resolución de los problemas planteados. La Ley de Viscosidad de Newton se tomó como fuente principal para abordar las cuestiones planteadas.

Además de analizar las variables necesarias para el estudio, se llevó a cabo la recolección, el análisis y la argumentación de la información relevante. Se consideraron aspectos importantes que fueron analizados para garantizar una redacción lógica y de fácil comprensión. Estos aspectos se pusieron en práctica en la resolución de los problemas planteados. Asimismo, se elaboró una rúbrica evaluativa que permitió cumplir con uno de los objetivos de este artículo, evaluando el proceso investigativo realizado y proporcionando una salida a la temática abordada.



Figura 3. Fundamentos teóricos necesarios para el análisis de problemas

Propuesta de problemas sobre viscosidad con la implementación de la integral definida. Adaptado del solucionario del libro mecánica de fluidos de Víctor Streeper 9ª edición. (Stassi, 2007)

1. Un árbol emana un fluido que posee una viscosidad de 8cP y una densidad de $72 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$. Determine su viscosidad cinemática en Stokes

El problema trata de determinar la viscosidad cinemática en Stokes para el sistema c.g.s (sistema Cegesimal de unidades o Gaussiano) basado en el centímetro, el gramo y el segundo, se utilizan las equivalencias de libra y pie cúbico para hacer la simplificación de unidades de medida y así llegar a gramos entre centímetros cúbicos donde $1\text{lb}=0,4536$ gramos y un $\text{ft}^3=0,02832\text{m}^3$.

$$\rho = \frac{72.0 \text{ lb}_m \cdot 0.4536 \text{ kg} \cdot 1000 \text{ gr} \cdot 1 \text{ ft}^3 \cdot 1 \text{ m}^3}{\text{ft}^3 \cdot 1 \text{ lb}_m \cdot 1 \text{ kg} \cdot 0,02832\text{m}^3 \cdot 1 \times 10^6 \text{ cm}^3} \quad (4)$$

Se efectuó una conversión de la densidad que la da en $72 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$ (72 libras, masa entre pie cubico, al realizar la operación resulta que la densidad equivale a $0.0693 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ (0.0693 gramos sobre centímetros cúbicos); para llegar a este resultado se trabaja mediante el factor de conversión.

$$\rho = 1.1532 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \quad (5)$$

$$\mu = 8 \text{ cP} \frac{1 \times 10^{-2} P}{1 \text{ cP}} \quad (6)$$

Se hizo la conversión de la viscosidad 8cP (8 centiPoise), al efectuar la conversión se obtiene como resultado $8 \times 10^{-2} P$ donde P significa Poise, donde un 1cP=0,01 Poise. El centiPoise es una unidad de medida de la viscosidad equivalente a la centésima parte de un poise, su símbolo es el cp.

$$\mu = 8 \times 10^{-2} P \quad (7)$$

$$v = \frac{8 \times 10^{-2} P}{1.1532 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}} \quad (8)$$

Se realizó la conversión dentro del sistema internacional (SI), para obtener las equivalencias que se requieren para trabajar en la unidad de medida de Stokes. Al efectuar dicha operación se obtiene el resultado de 0.0693 Stokes. Esta unidad de medida es una de las frecuentes utilizadas para trabajar la viscosidad en el SI.

$$v = 0.0693 \text{ stokes} \quad (9)$$

Tomando como referencia la operación anterior se modifica para implementar la integral. Ahora se retoma la integral definida.

Se le asignan los valores de 0 hasta μ , estos valores son evaluados por el lector para llegar a la fórmula deseada.

$$v = \int_0^{\mu} \frac{1}{1,1532} d\mu \quad (10)$$

Se sustituye el valor correspondiente, estos se toman de la operación realizada con anterioridad.



$$v = \frac{\mu}{1.1532} \int_0^{8 \times 10^{-2}} d\mu = \frac{8 \times 10^{-2}}{1.1532} \quad (11)$$

Luego de haber realizado las conversiones y simplificaciones necesarias a la que se llegó, la Unidad de medida deseada, y al efectuar la división de gramos entre centímetros cúbicos se obtiene como resultado el Stokes, que es una de las unidades más usadas para trabajar la viscosidad cinemática, como se mencionó antes.

$$v = 0.0963 \text{ stokes} \quad (12)$$

Con esta operación se llegó al resultado deseado y pedido en el problema, ya que en su unidad de medida nos pide el Stokes para la viscosidad dinámica. Ahora se presenta el segundo problema:

Una pieza de cerámica es colocada a 0.22 mm del suelo de concreto, esta se mueve a 0,56 m/s y requiere una fuerza por unidad de área 9 Pa (N/m^2) para mantener esta velocidad. Determine la viscosidad fluida de la sustancia entre la pieza de cerámica y el suelo de concreto en unidades del SI.

Se elaboraron algunos gráficos para comprender mejor el ejercicio y determinar los vectores que se requieren en el análisis del problema, encontrando magnitudes vectoriales como la fuerza, la velocidad y la posición entre la cerámica y el suelo

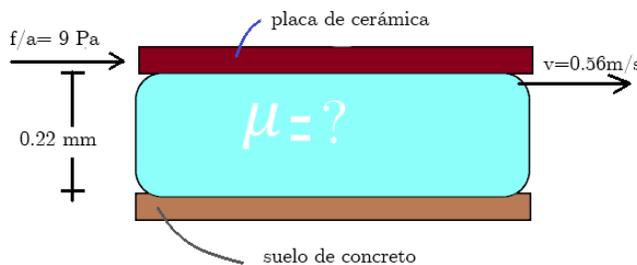


Figura 4. Análisis vectorial del problema

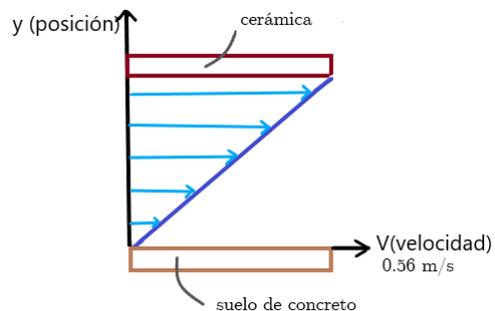


Figura 5. Gradiente de velocidad del problema

Resolución

$$t = 0,22\text{mm} = 0,00022\text{m} \quad (13)$$

Se convierte los milímetros a metros realizando una división por su equivalencia que es de 1000.

$$U = 0,56\text{m/s} \quad (14)$$

$$\tau = 9.0 \text{ Pa} \quad (15)$$

Se realiza el siguiente despeje, ya que se conocen todos los datos a excepción de μ (mi o coeficiente de fricción), para obtener el resultado deseado, en donde mi que está multiplicando pasa a dividir y la t que divide pasa a la parte de arriba a multiplicar.



$$\tau = \mu \frac{U}{t}$$

Aplicando los valores al despeje antes mencionado.

Ahora se sustituyen los valores y se simplifican los metros con metros obteniendo Newton por segundos entre metros cuadrados. Este tipo de viscosidad se trabaja dentro de la ley de Newton, se trabaja con esta medida porque el problema incluye el dato de la velocidad.

$$\mu = \frac{\tau t}{U} = \frac{9,0N/m^2 \cdot 22,0 * 10^{-4}m}{0,56m/s} = 35.35 * 10^{-03} \frac{Ns}{m^2} \quad (16)$$

Tomando como referencia la operación anterior se modifica para implementar la integral definida. Se retoma esta y se le asignan los valores a partir del despeje.

$$\mu = \int_0^t \frac{\tau}{U} \cdot dU \quad (17)$$

Se realizó el siguiente despeje para darle los valores ubicados en la ecuación anterior. Donde a la integral de cero, sería la integral de una constante.

$$\mu = \frac{\tau \cdot t}{U} \int_0^t = \frac{9N/m^2 \cdot 22,0 * 10^{-4}m}{0,56m/s} \quad (18)$$

Al efectuar la operación luego de la sustitución de valores se obtiene el resultado siguiente, estas son las unidades más usadas dentro del SI para trabajar la viscosidad.

$$\mu = 35.35 * 10^{-03} \frac{N \cdot s}{m^2} \quad (19)$$

Luego de realizar la operación se obtiene el valor de μ (miu) en unidades de Newton por segundos entre metros cuadrados, cabe aclarar que se trabajó con estas unidades de medida porque son las unidades ya establecidas en el problema, y solo se realizó un cambio de datos numéricos y nombre de objetos.

Proceso de diseño de rúbrica

- a. Determinar los objetivos del aprendizaje a medir
- b. Establecer el tipo de rúbrica que se quiere elaborar.
- c. Identificar los elementos a valorar.
- d. Definir cuáles serán los descriptores, escalas y criterios a colocar.
- e. Otorgarle a cada criterio su puntuación.
- f. Construir una tabla que contengan los aspectos seleccionados anteriormente: en la fila superior se colocará la escala de graduación; en la columna vertical izquierda los aspectos a evaluar o ítems; en las celdas centrales se especificará los indicadores a usar para evaluar cada aspecto.
- g. Colocar una columna para colocar el puntaje obtenido.
- h. Revisar la rúbrica final y editar si es necesario.



CONCLUSIONES

Concluido el trabajo investigativo y de acuerdo con los objetivos planteados, se considera que ha sido exitoso. Se revisó la literatura científica que muestra la aplicación de conceptos, teoremas, fórmulas y leyes, con el fin de realizar un estudio sobre vectores e integral definida para el análisis de la viscosidad en los fluidos.

Para resolver los problemas planteados, se indagó sobre ejercicios de este tema y se pudo apreciar que son pocos los ejercicios, por lo tanto, se optó por la adopción y modificación de dos problemas con la intención de demostrar y aplicar la información que se analizó. La información procede de sitios web confiables.

Después del proceso de recapitulación para analizar y comprender la parte teórica se adaptaron dos problemas, pues no se disponía de suficiente información para saber qué datos tomar en cuenta y que los ejercicios tuvieran una secuencia lógica, así que se procede a realizar una adaptación propia de los problemas, aplicando magnitudes vectoriales, propiedades de la integral, leyes, fórmulas ya investigadas, donde es evidente la vinculación de las asignaturas de Física, Cálculo y Álgebra.

Se diseñó una rúbrica de evaluación, con la cual se valora el trabajo en equipo y el trabajo investigativo como tal, sirve como un aprendizaje significativo, ya que al momento de evaluar se podrán retomar aspectos positivos y negativos que se deben mejorar, ayudando así a realizar un mejor trabajo colaborativo.

CONFLICTO DE INTERESES

No existen conflictos de intereses

REFERENCIAS

- Alcón Latorre, M. (2016). La rúbrica como instrumento de evaluación en los estudios universitarios. *Revista Electrónica De Didáctica De Las Artes*, 1-15. Obtenido de <https://www.observar.eu/ojs/index.php/Observar/article/view/70>
- Areaciencias. (2022). *Areaciencias*. (Areaciencias, Editor) Recuperado el 7 de septiembre de 2022, de <https://www.areaciencias.com/fisica/propiedades-de-los-fluidos/>
- Carballo, C. A. (2018). *repositorio tec*. (Instituto Tecnológico de Costa Rica, Ed.) Recuperado el 19 de septiembre de 2022, de <https://repositoriotec.tec.ac.cr/bitstream/handle/2238/10194/Din%C3%A1mica%20de%20fluidos%20viscosos.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Castillo-Castillo, K. I., Hernández-Meza, G. A., y Herrera-Castrillo, C. J. (2023). Estado del arte de investigaciones referente a Física Clásica y Moderna en el Período 2016 – 2021. *Revista Educación Superior*, 35(1), 65–83. doi:<https://doi.org/10.56918/es.2023.i35.pp65-83>



- Delgadillo Tijerino, E. L., Torrez Silva, X. M., Espinoza Martínez, E. D., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración de la ecuación de Euler y el principio de conservación de la energía al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC*, 6(2), 61-73. Obtenido de <https://revistarecientec.unan.edu.ni/index.php/recientec/article/view/212>
- Duarte Agudelo, Arturo; Niño Vicentes, José Roberto. (2004). *books.google.es* (Tercera edición ed.). (U. N. Colombia, Ed.) Bogota, Bogotá, Colombia: universidad nacional de colombia. Recuperado el agosto de 2022, de https://books.google.es/books?hl=esylr=lang_esyid=ETqRTGieUyYCyoi=fndypg=PA5ydq=definicion+de+fluidosyots=O64M-sB2V6yisg=qmUESJygP_LLqneLsFJOx5K8qDw#v=onepageyq=definicion%20de%20fluidosyf=false
- Fonseca, A. (21 de MAYO de 2015). *PREZI*. Recuperado el 21 de septiembre de 2022, de <https://prezi.com/dm6wufwiowj9/viscosidad-y-ley-de-poiseuille/>
- Gutiérrez Altamirano, J. H. (2023). Propósitos de la Educación Superior en Nicaragua. *Revista Multi-Ensayos*, 9(18), 39-43. doi:<https://doi.org/10.5377/multiensayos.v9i18.16430>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, M. d. (2014). *Metodología de la investigación*. México.D.F: McGraw-Hill Interamericana.
- Herrera Arróliga, J. E., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Bases Orientadoras de la Acción para el desarrollo de temas de Física con enfoque por competencia. *Revista Científica De FAREM-Estelí*, 12(46), 84–107. doi:<https://doi.org/10.5377/farem.v12i46.16477>
- Herrera Castrillo, C. (2023). Interdisciplinariedad a través de la Investigación en Matemática y Física. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 15(1), 31-45. doi:<https://doi.org/10.46219/rechiem.v15i1.126>
- López López, L. J., Rivera Díaz, R. E., Carrasco Sánchez, S. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Aplicaciones del cálculo integral en la compresibilidad de fluidos en un campo vectorial. *Revista Ciencia E Interculturalidad*, 32(1), 23-42. doi:<https://doi.org/https://doi.org/10.5377/rci.v32i01.16232>
- Mairena Mairena, F. J., Zeledón Mairena, Y. N., Gutiérrez Herrera, A. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de Trabajo Práctico Experimental en la Demostración de existencia de Fluidos Miscibles desde el Cálculo Vectorial. *Revista Torreón Universitario*, 12(34), 48–61. doi:<https://doi.org/10.5377/rtu.v12i34.16340>
- Muñoz Vallecillo, L. O., Martínez González, Y. Y., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Uso de simuladores y asistente matemático en la demostración del principio de Pascal al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica*, 2(6), 48-60. Obtenido de <https://revistarecientec.unan.edu.ni/index.php/recientec/article/view/214>
- Ortega Ibarra, J. J. (2020). <http://gmc.geofisica.unam.m>. Obtenido de Trabajo realizado con el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE101019: <http://gmc.geofisica.unam.mx/papime2020/index.php/articulos/19-vectores>
- Ortuño Blandón, A. I., Ferrufino Amador, E. A., Pérez Ruíz, G. E., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Análisis de la integral definida para el cálculo de las magnitudes, fuerza y presión de un



- fluido en reposo. *Revista Torreón Universitario*, 79–89.
doi:<https://doi.org/10.5377/rtu.v12i34.16342>
- Rondero García, L. A. (2011). *Cálculo Integral: Guía 3*. Instituto Politécnico Nacional CECYT "Wilfrido Massieu". Obtenido de <https://www.ipn.mx/assets/files/cecyt11/docs/Guias/UABasicas/Matematicas/calculo-integral-3.PDF>
- Sanguinetti, E. (26 de enero de 2021). *Calor y frio.com*. Recuperado el 10 de Noviembre de 2022, de <https://www.caloryfrio.com/calefaccion/calefaccion-instalaciones-componentes/ley-de-la-viscosidad-de-newton-ecuacion-fundamental-y-explicacion.html#:~:text=Cuando%20a%20un%20fluido%20se,aumenta%20conforme%20aumenta%20el%20esfuerzo>.
- Taylor, S. J., y Bogdan, R. (2001). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (3 ed.). Paidós Ibérica, S.A.
- Vargas Pico, E. G. (2011). *Estudio del Flujo de Agua para Generar Reportes de Práctica en el Tablero de Fluidos del Laboratorio de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica*. Universidad Técnica de Ambato. Obtenido de <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/1269/1/Tesis%20I.%20M.%20110%20-%20Vargas%20Pico%20Edison%20Germ%C3%A1n.pdf>
- Zamora, B., y Kaiser, A. (2009). Enseñanza de Temas Avanzados de Mecánica de Fluidos usando Dinámica de Fluidos Computacional. *Revista Formación Universitaria*, 2(1), 27-36. doi:<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062009000100005>
- Zavala Arnal, C. M., y Salinas, J. R. (2017). La Interdisciplinariedad En El Aula De Educación Secundaria: Una Investigación A Través De La Opinión Del Profesorado De Las Áreas De Música, Lengua Castellana Y Literatura, Y Ciencias Sociales. *European Scientific Journal*, 13(19), 281-291. Recuperado el 29 de Diciembre de 2021, de <https://eujournal.org/index.php/esj/article/view/9637>
- Zuniga, M., Solar, M., Lagos, J., Báez, M., y Herrera, R. (2014). *Evaluación del aprendizaje en innovaciones curriculares de la educación superior*. Recuperado el 9 de Diciembre de 2022, de https://scholar.google.es/scholar?hl=esyas_sdt=0%2C5yq=que+es+la+evaluaci%C3%B3n+de+los+aprendizajes+en+educaci%C3%B3n+ybtnG=#d=gs_qabsyt=1670618431803yu=%23p%3DzhXf7bkMEkJ