

# Comprensión conceptual: Mecánica Cuántica en una dimensión. El Pozo Cuadrado Infinito

UZZY MERARY TURCIOS<sup>1</sup> Y ARMANDO EUCEDA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán - UPNFM, mail: umturcios@upnfm.edu.hn

<sup>2</sup>Escuela de Física - UNAH, mail: aeunah@gmail.com

Recibido: 30 de mayo de 2016 / Aceptado: 15 de mayo de 2017

## Resumen

*The conceptual understanding of Quantum Mechanics has been of great interest in physics education in recent years; many investigations have been conducted in order to identify, document and design learning strategies for the assimilation of quantum concepts. In Honduras, an investigation was carried out on the conceptual understanding of non-relativistic quantum mechanics in one spatial dimension that have undergraduate students of the UNAH in a physics course, a specialized physics test was applied to 15 students who had completed the first Quantum Mechanics course, this test was designed by university professors of the United States (USA). In this article we compare the results obtained by UNAH students and students from American Universities. In the USA, the items that relate the infinite square well were chosen with the concepts of: superposition principle, stationary and non-stationary states, measurements and collapse of the wave function, continuous measurements of physical observables, temporal dependence, discrimination of possible functions of wave of a system.*

*Keywords: Infinite square well, stationary state, probability density*

*La comprensión conceptual de la Mecánica Cuántica ha sido de mucho interés en los últimos años en la educación de la física, se han realizado numerosas investigaciones con el fin de identificar, documentar y diseñar estrategias de aprendizaje para la asimilación de los conceptos cuánticos. En Honduras se realizó una investigación sobre la comprensión conceptual de la Mecánica Cuántica no relativista en una dimensión espacial que tienen los estudiantes de pregrado de la Carrera de Física de la UNAH, se aplicó una prueba especializada de física a 15 estudiantes que habían finalizado el curso Mecánica Cuántica I, esta prueba fue diseñada y publicada por profesores de Universidades de Estados Unidos de América. En el presente artículo se comparan los resultados obtenidos por los estudiantes de la UNAH y estudiantes de Universidades de EE. UU, se eligieron los ítems que relacionan el pozo cuadrado infinito con los conceptos de: principio de superposición, estados estacionarios y no estacionarios, medidas y colapso de la función de onda, mediciones continuas de observables físicos, dependencia temporal, discriminación de posibles funciones de onda de un sistema.*

*Palabras clave: pozo cuadrado infinito, estado estacionario, densidad de probabilidad*

PACS: 01.40.Fk; 03.65.Ta

## I. INTRODUCCIÓN

LA Mecánica Cuántica es una temática de estudio obligatorio en todos los programas de pregrado y posgrado en el campo de la Física. Hasta finales de la última década en la mayoría de Universidades esta temática podía estudiarse únicamente en el sistema presencial, tal es el caso de la Universidad Nacional Autónoma de Honduras (UNAH) y la mayoría de universidades de América Latina. Con el apareamiento de las plataformas de Coursera y edX ha sido posible conocer de primera mano los estándares de clase mundial utilizados en el estudio de la Mecánica Cuántica; actualmente pueden estudiarse cursos introductorios y avanzados en la modalidad e-learning.

En Coursera, la Universidad de Maryland ofrece el curso “Exploración de la Física Cuántica”, el propósito es

proporcionar una introducción a nivel de pregrado o posgrado avanzado. La universidad de California, en Berkeley, ofrece en la plataforma EdX el curso en línea “Quantum Mechanics and Quantum Computation” [10] para tomar el curso es necesario tener una sólida formación en el álgebra lineal básica, incluyendo los vectores, matrices, números complejos, los productos internos, valores y vectores propios, madurez matemática y la familiaridad con las ideas de la informática.

El Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) ofrece cursos en línea, MITOpenCourseWare (OCW)[6] es una publicación en internet de prácticamente todos los contenidos de los cursos del MIT. OCW está abierta y disponible para el mundo y es una actividad MIT permanente. En esta página web se ofrece el curso “Física Cuántica I”[7] a nivel de licenciatura, el curso cubre la base experimental

de la física cuántica. Introduce la mecánica ondulatoria, ecuación de Schrödinger en una sola dimensión, y la ecuación de Schrödinger en tres dimensiones.

En el campo de la Educación en Física existe interés por la investigación en la comprensión conceptual de la mecánica cuántica, se han realizado numerosas investigaciones para identificar, documentar y diseñar estrategias de aprendizaje para la asimilación de los conceptos cuánticos.

En Estados Unidos Zhu y Singh (2012)[5] realizaron la investigación “Explorando la comprensión conceptual de la mecánica cuántica en una dimensión espacial, en estudiantes de pregrado y posgrado”, para realizar el estudio se desarrolló un test sobre Mecánica Cuántica, que consiste en una prueba de selección múltiple con 31 ítems.

El test fue desarrollado mediante la consulta con varios instructores de mecánica cuántica acerca de los objetivos de sus carreras de grado y los temas que sus estudiantes habían aprendido.

Tomando como base esta prueba especializada en mecánica cuántica que se aplicó a estudiantes de universidades de Estados Unidos (EE. UU.), se llevó a cabo una investigación en Honduras para identificar las dificultades y los errores comunes que tienen los estudiantes de pregrado de la carrera de Física de la UNAH en el aprendizaje de los conceptos cuánticos. En este artículo se muestran únicamente resultados estadísticos de la prueba relacionados con el pozo cuadrado infinito, y de este sistema se toman como base los conceptos de: posibles funciones de onda, principio de superposición, estados estacionarios y no estacionarios, valor esperado y mediciones

El análisis de datos muestra que los estudiantes pueden haber aprendido a resolver la ecuación de Schrödinger con potenciales complicados y las condiciones de contorno, sin embargo, muchos tienen dificultades en la comprensión conceptual del principio de superposición, identificar si un estado es estacionario o no estacionario, mediciones y la evolución en el tiempo. Como resultado de la investigación y aporte a la educación en física se elaboró una propuesta de vídeos educativos para reducir algunas dificultades y errores comunes en el aprendizaje de conceptos cuánticos tomando como base las respuestas de los estudiantes.

## II. COMPRENSIÓN CONCEPTUAL

Dentro de los autores que se han referido a la Comprensión Conceptual, Ausubel señala que “Los conceptos constituyen un aspecto importante en la teoría de la asimilación porque la comprensión y la resolución significativa de problemas depende en gran medida de la disponibilidad, en la estructura cognitiva del estudiante, de conceptos de orden superior (en la adquisición subsumidora de conceptos) y de conceptos subordinados (en la adquisición de conceptos de orden superior)”. (Ausubel, 2000)[1]

Según Allen, citado por Ejigu (2001)[4], la comprensión conceptual implica la capacidad de imaginar y describir conceptos, por ejemplo, la capacidad de distinguir entre conceptos estrechamente relacionados, así como la capacidad de razonar sobre el proceso físico sin detalle de las matemáticas y decidir cómo los cambios afectan el resultado del proceso.

La formación de conceptos en jóvenes adultos debe enfrentar nociones-obstáculo y obstáculos representacionales mentales. (Bachelard, 2000)[2].

## III. ALGUNAS INVESTIGACIONES REALIZADAS SOBRE LA COMPRENSIÓN CONCEPTUAL DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

A continuación se presentan y describen brevemente algunas de las investigaciones realizadas sobre la Comprensión Conceptual de la Mecánica Cuántica y los resultados obtenidos:

### A. Comprensión del estudiante de la mecánica cuántica

Singh (2001)[9], realizó una investigación sobre las dificultades que los estudiantes tienen en conceptos relacionados con las mediciones cuánticas y la evolución en el tiempo: el formalismo básico, “estados estacionarios”, la importancia de estados propios de un operador, el cálculo de los valores esperados y las condiciones en que los valores esperados serán independientes del tiempo. Se sondea la comprensión del estudiante de cómo las medidas anteriores afectan las mediciones futuras, etc.

El análisis se basó en una prueba que fue administrada a 89 estudiantes de seis universidades y entrevistas con 9 estudiantes, “un análisis de las pruebas escritas y las entrevistas muestra que la mayoría de los estudiantes comparten una serie de dificultades y errores comunes, a pesar de las variaciones en sus orígenes y la naturaleza abstracta de la materia”. La prueba escrita y entrevistas revelan una serie de conceptos erróneos comunes en los estudiantes.

Las deficiencias de conocimiento detectadas en los estudiantes se pueden dividir en tres niveles:

- 1) Falta de conocimientos relacionados con un concepto particular.
- 2) Conocimiento que se recupera de la memoria, pero no puede ser interpretado correctamente.
- 3) Conocimiento que se recupera y se interpreta en el nivel básico, pero no se puede utilizar para sacar conclusiones en situaciones específicas.

Los conceptos erróneos acerca de las mediciones cuánticas no pueden correctamente ser llamados preconcepciones

porque los estudiantes son introducidos a nuevos conceptos durante el curso. El análisis de los resultados de las pruebas sugiere que los conceptos erróneos generalizados se originan en gran medida de la incapacidad de los estudiantes para discriminar entre conceptos relacionados y una tendencia a generalizar en exceso.

## B. Comprensión del estudiante de algunos conceptos de la física cuántica

Çaliskan, Selçuk y Erol (2009)[8], realizaron un estudio sobre la comprensión de los estudiantes de algunos conceptos en física cuántica, en este trabajo los conceptos de electrón, función de onda, la dualidad onda-partícula y la estructura del átomo son expresamente investigados y los datos obtenidos son analizados estadísticamente. El cuestionario de conceptos cuánticos fue aplicado a 71 estudiantes de licenciatura para completar el curso de física cuántica en la facultad de educación de Buca, Dokuz Eylül en la Universidad de Izmir en Turquía.

La dificultad de aprendizaje de la física cuántica se debe principalmente a las siguientes razones:

- El estudiante es educado en la tradición de la física clásica, los conceptos fundamentales del determinismo, causalidad, etc., son muy convincentes. Habiendo aceptado los conceptos fundamentales de la física clásica, les resulta difícil adaptarse a los principios de la física cuántica: incertidumbre, probabilidad, etc.
- Los dos enfoques matemáticos estándar de la física cuántica (mecánica matricial de Heisenberg y la onda mecánica de Schrödinger) son tan diferentes, que a los estudiantes les resulta difícil comprender cómo se puede describir la misma física.
- La física cuántica es usualmente enseñada históricamente, y los principiantes tienen dificultades para conectar las diferentes etapas en la evolución de la materia en un todo coherente.

En resumen, Çaliskan et al. (2009)[8] plantean las siguientes sugerencias:

- El plan de estudios secundarios, especialmente superior debe ser revisado de acuerdo con la evolución reciente de la ciencia y la tecnología para aumentar la interacción entre la sociedad, la ciencia y el científico.
- Las dificultades que presentaron los estudiantes en el cuestionario de conceptos cuánticos, pueden ser relativas a los libros de texto utilizados, profesores, y conceptos erróneos. Métodos de enseñanza, técnicas y herramientas son inevitablemente importantes para alcanzar metas específicas. La creación de un aula interactiva, el uso de técnicas de aprendizaje activas, la interconexión de los nuevos conceptos y principios con el medio, las experiencias de la vida

diaria sin duda reduce la cantidad de problemas en la comprensión de los conceptos cuánticos.

## C. Examinando la comprensión de los estudiantes de la mecánica cuántica en una dimensión espacial

Zhu y Singh (2012)[5] realizaron la investigación “Estudiando la comprensión de la mecánica cuántica en una dimensión espacial, en estudiantes avanzados de pregrado y posgrado”. Para realizar el estudio se desarrolló una encuesta sobre mecánica cuántica (QMS), que consiste en una prueba de selección múltiple con 31 ítems. La encuesta fue desarrollada mediante la consulta con varios instructores de mecánica cuántica acerca de los objetivos de sus carreras de grado y los temas que sus estudiantes habían aprendido.

La encuesta se administró a 226 estudiantes de diez universidades de Estados Unidos. Entre los 226 estudiantes, 33 eran estudiantes de posgrado de primer año y los otros estudiantes habían tomado al menos un semestre de mecánica cuántica, curso a nivel Junior/Senior (Nivel intermedio/nivel avanzado). Los estudiantes pueden responder a las preguntas de la encuesta sin realizar matemáticas complicadas, aunque tienen que entender los conceptos básicos de álgebra lineal. Debido a que la encuesta se centra en los sistemas cuánticos en una dimensión, el concepto de momento angular orbital no está incluido en la encuesta. Asimismo, no se incluyen momento angular del espín y la notación de Dirac.

Temas que incluye la encuesta especializada de física cuántica:

- Posibles funciones de onda.
- Valor esperado de un observable físico y su dependencia en el tiempo.
- El papel del Hamiltoniano.
- Estados ligados y estados de dispersión.
- Estados estacionarios y no estacionarios.
- Mediciones.

El análisis de los ítems sugiere que los estudiantes no están contestando al azar y proporcionan las respuestas que creen que son razonables. El desempeño de los estudiantes de posgrado es bajo, muchos de los estudiantes de posgrado carecían de la comprensión conceptual necesaria para llevar a cabo bien la encuesta a pesar de que les va bien en los exámenes cuantitativos típicamente dados en los cursos de posgrado.

Conclusiones que se obtuvieron con el estudio de la comprensión conceptual de la mecánica cuántica no relativista en una dimensión espacial, en alumnos de pregrado y posgrado:

- Identificación de las dificultades conceptuales en los estudiantes.
- Diseño de mejores estrategias de enseñanza y herramientas de aprendizaje para mejorar la comprensión de los estudiantes, tomando en cuenta las dificultades que presentaron.
- Se encontró que los estudiantes avanzados de pregrado y posgrado tienen muchas dificultades y errores comunes sobre diversos temas de la mecánica cuántica.
- Se investigó el grado en que las herramientas de aprendizaje basadas en la investigación pueden ayudar a los estudiantes a aprender los conceptos cuánticos.
- Se encontró que las dificultades en el aprendizaje de conceptos en la mecánica cuántica se redujeron significativamente cuando los estudiantes utilizan pruebas de concepto y tutoriales cuánticos interactivos de aprendizaje.

#### D. Aprendizaje colaborativo de medición cuántica con software on-line y Google Docs

Zolman y Madsen (2011)[3], realizaron una investigación sobre “El aprendizaje colaborativo de medición cuántica con el software en línea y Google Docs”. Estos docentes del departamento de física de la universidad del estado de Kansas, hicieron uso de la tecnología para proveer de actividades interactivas a los estudiantes, y de esta forma ayudarlos a aprender conceptos de mecánica cuántica.

En la universidad del Estado de Kansas, se ofrece un curso de física contemporánea para estudiantes de las humanidades, las ciencias sociales, ingeniería, periodismo y algunos estudiantes que planean enseñar algo de ciencia en las escuelas secundarias. Los estudiantes deben haber completado al menos un curso previo en física, pero no tienen ningún otro requisito.

Se realizaron actividades sobre el colapso de la función de onda y medición cuántica haciendo uso del software en línea “Quantum Tunneling and Wave Packets” desarrollado por el proyecto Phet de la Universidad de Colorado. Esta actividad precedió a cualquier discusión sobre las razones de las diferentes posiciones de las ondas o cómo las ubicaciones de las mediciones pueden depender de la anchura inicial del paquete de ondas. Por lo tanto, fue una exploración para preparar a los estudiantes para aprender sobre estos temas.

Objetivos de la actividad con el software “Quantum Tunneling and Wave Packet”

- La ubicación del colapso fue probabilístico y depende de la forma del paquete de ondas en el momento de la medición.

- La anchura inicial de la función de onda tenía un efecto en las mediciones.

Para evitar un trabajo largo y tedioso para los estudiantes se hizo uso de un esfuerzo de colaboración en el que cada alumno completó algunas mediciones y agregó los resultados en una hoja de cálculo de Google Docs. Al finalizar, se combinaron los resultados obtenidos. Cada vez que los estudiantes hacían una medición, podían obtener una posición diferente para el colapso de la función de onda. La ubicación del colapso de la función de onda también dependía de las condiciones iniciales, tales como la anchura de la función de onda en  $t = 0$  s.

Estas actividades de colaboración fuera de la clase, parecen proporcionar un buen punto de partida para una discusión sobre diversos efectos cuánticos relacionados con la propagación de paquetes de onda. Se recopilaron datos suficientes para utilizar los efectos sin necesidad que los estudiantes completaran una gran cantidad de trabajo tedioso. Por lo tanto, los estudiantes mantuvieron una actitud positiva hacia la experiencia de aprendizaje en general.

#### IV. RESULTADOS DE LA PRUEBA ESPECIALIZADA EN MECÁNICA CUÁNTICA

##### A. Diseño y aplicación de la prueba

Para explorar las dificultades conceptuales y los errores comunes que tienen los estudiantes de la carrera de Física de la UNAH en la comprensión conceptual de la Mecánica Cuántica, se aplicó una prueba de selección múltiple con 31 ítems. La prueba fue desarrollada en Estados Unidos (EE. UU) y se aplicó a 226 estudiantes de diez universidades, 33 eran estudiantes de posgrado de primer año y los otros estudiantes habían tomado al menos un semestre de Mecánica Cuántica, curso a nivel Junior/Senior (Nivel intermedio/nivel avanzado).

La prueba se centra en la evaluación del marco conceptual de la Mecánica Cuántica de una partícula en una dimensión espacial en lugar de evaluar las habilidades matemáticas. Los estudiantes pueden responder las preguntas sin realizar cálculos complicados, aunque es necesario que entiendan conceptos básicos de Álgebra Lineal. “La elaboración de la encuesta se realizó mediante la consulta con varios instructores de mecánica cuántica acerca de los objetivos de sus carreras de grado y los temas que sus estudiantes habían aprendido, además se entrevistó a profesores que habían impartido un curso de dos semestres de pregrado a nivel superior y se discutió los temas individualmente con varios instructores de la Universidad de Pittsburgh que han enseñado la Mecánica Cuántica”. (Zhu y Singh, 2012)[5]

La prueba especializada en Mecánica Cuántica que se aplicó a estudiantes de Universidades de EE. UU. se

aplicó en Honduras a 15 estudiantes de la carrera de Física de la UNAH que estaban finalizando el curso Mecánica Cuántica I. La muestra utilizada son los estudiantes del III período académico de 2013, II período académico de 2014 y I período académico de 2015. La aplicación de este test se hizo de esta manera porque los cursos de Mecánica Cuántica en la UNAH tienen baja matrícula y era necesario tener una muestra significativa, además hay períodos académicos donde no se ofrece el curso Mecánica Cuántica I.

## V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la siguiente página se adjunta el análisis de resultados de ítems seleccionados de la prueba especializada de Mecánica Cuántica, se comparan los resultados obtenidos en la UNAH y en universidades de Estados Unidos.

## VI. CONCLUSIONES

- El análisis de resultados muestra que los conceptos que se recuperan de la memoria de los estudiantes no pueden ser interpretados correctamente o se relacionan de forma incorrecta con otros conceptos similares.
- La prueba escrita de Mecánica Cuántica aplicada a estudiantes de la carrera de Física de la UNAH evidencia que existen dificultades y errores comunes en los estudiantes. Las dificultades presentadas están relacionadas con los conceptos de: principio de superposición, identificar si un estado es estacionario o no estacionario, medidas y colapso de la función de onda, mediciones continuas de observables físicos, dependencia temporal, discriminar posibles funciones de onda de un sistema.
- Los estudiantes de la carrera de Física de la UNAH tienen ideas correctas y equivocadas de forma simultánea, lo que dificulta la discriminación de conceptos relacionados.
- Al analizar los resultados de la prueba especializada en Mecánica Cuántica se observa que el promedio de los porcentajes de las respuestas correctas de los estudiantes de la UNAH es de 17, el promedio de los porcentajes de las respuestas correctas de los estudiantes de Universidades de EE. UU. es 46; estos resultados muestran que existen dificultades en ambos grupos de estudiantes en el aprendizaje de conceptos cuánticos, pero el porcentaje de respuestas correctas fue superior en los estudiantes de las Universidades de EE. UU.

## VII. AGRADECIMIENTOS

Los autores están muy agradecidos con los estudiantes de la carrera de Física de la UNAH que contestaron la prueba especializada de Mecánica Cuántica, con los profesores del

curso Mecánica Cuántica I que cedieron tiempo y espacio para que los estudiantes contestaran la prueba, ellos son: M. Sc. Felipe Garay, M. Sc. Bryan Larios y el Doctor Armando Euceda.

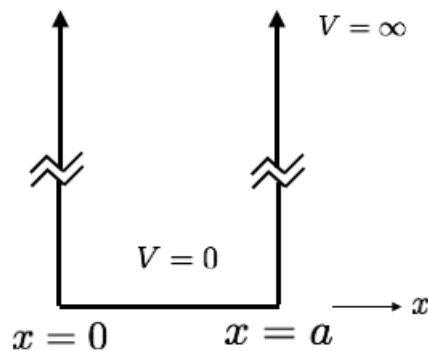
## REFERENCIAS

- [1] Ausubel, D. (2000). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. España: Ediciones Paidós Ibérica, S. A.,
- [2] Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico*. México: Siglo veintiuno editores, s. a. de c. v.
- [3] Dean Zollman, A. M. (2012). Collaborative learning of quantum measurement with on-line software and google docs. *Am. J. Phys.*, 6, 112–115.
- [4] Ejigu, M. A. (2014). Conceptual understanding of quantum mechanics. Tesis, University of South Africa.
- [5] Guangtian Zhu, C. S. (2012). Surveying students understanding of quantum mechanics in one spatial dimension. *Am. J. Phys.*, 80, 252–259.
- [6] Instituto Tecnológico de Massachusetts Cambridge. <https://ocw.mit.edu/index.htm>. Accedido: 2015-09-2.
- [7] Instituto Tecnológico de Massachusetts Cambridge. <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-04-quantum-physics-i-spring-2013/>. Accedido: 2015-09-2.
- [8] Selcuk, E. C. (2009). Student understanding of some quantum physical concepts. *Lat. Am. J. Phys. Educ.*, 3, 202–206.
- [9] Singh, C. (2001). Student understanding of quantum mechanics. *Am. J. Phys.*, 69, 885–895.
- [10] Universidad de California Berkeley. <https://www.edx.org/es/course/quantum-mechanics-quantum-computation-uc-berkeleyx-cs-191x/>. Accedido: 2015-09-2.

PREGUNTA 1: POZO CUADRADO INFINITO Y POSIBLES FUNCIONES DE ONDA

SISTEMA I:

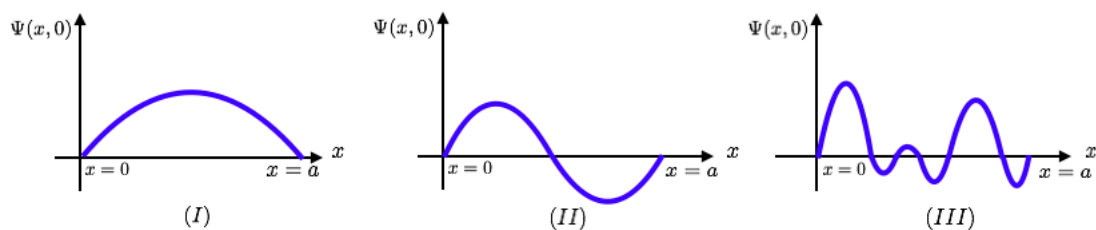
Una partícula en una dimensión interactúa con un pozo cuadrado infinito de ancho  $a$  ( $V(x) = 0$  para  $0 \leq x \leq a$  y  $V(x) = +\infty$  para cualquier otro valor) como se muestra en la figura. Los estados estacionarios son  $\psi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(n\pi x/a)$ , y las energías permitidas son  $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$  donde  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ .



**Figura 1:** Pozo cuadrado infinito. (Imagen diseñada a partir de las imágenes presentadas en la encuesta especializada de física que se aplicó a estudiantes de universidades de EE. UU. (Zhu y Singh,2012)) [6]

Pregunta 1:

De las siguientes funciones de onda elija todas las que son posibles para el Sistema I en el tiempo  $t = 0$ .  $\Psi(x, 0)$  y  $\frac{d\Psi(x, 0)}{dx}$  son ambas continuas y de valor-único en la región  $0 < x < a$  para los estados que se muestran a continuación.

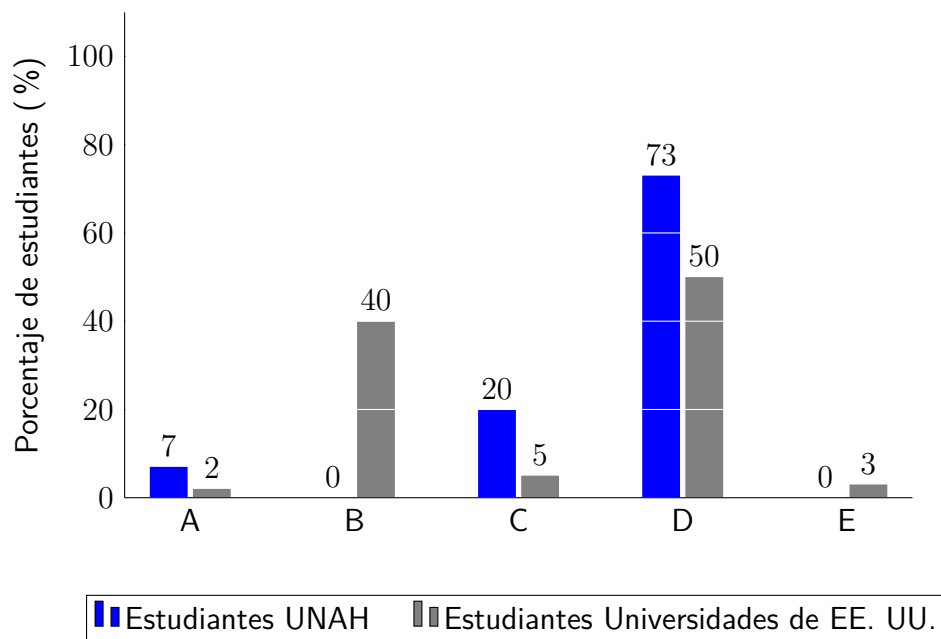


**Figura 2:** Posibles funciones de onda para la pregunta 1. (Imagen diseñada a partir de las imágenes presentadas en la encuesta especializada de física que se aplicó a estudiantes de universidades de EE. UU.(Zhu y Singh,2012)) [6]

- A. Ninguna de las anteriores
- B. Todas las anteriores
- C. Únicamente (I)
- D. Únicamente (I) y (II)
- E. Únicamente (I) y (III)

Los resultados obtenidos por los estudiantes se muestran en la siguiente gráfica:

PREGUNTA 1



En la gráfica se muestra la respuesta de los estudiantes de la UNAH y estudiantes de Universidades de Estados Unidos (EE. UU.) a la pregunta 1 que corresponde a la categoría “Posibles funciones de onda”; al analizar los resultados de los estudiantes de la UNAH se observa que el 7% de los estudiantes respondió que ninguna de las gráficas mostradas es solución al sistema I, no se dieron cuenta que la gráfica (I) es solución por ser el estado fundamental del pozo cuadrado infinito, y que la gráfica (II) también es solución por ser el primer estado excitado. El 20% de los estudiantes contestó que únicamente (I) es solución, olvidando que la gráfica (II) es solución al pozo cuadrado infinito. El 73% de los estudiantes piensa que únicamente (I) y (II) son solución, ésta parece una respuesta razonable, ellos consideran que la función asimétrica mostrada en la gráfica (III) no puede ser solución al Sistema I, este resultado nos muestra que no existe claridad en el “principio de superposición”.

La gráfica mostrada en (III) es solución al pozo cuadrado infinito, cumple con las condiciones de contorno porque se anula en la frontera y es una combinación lineal de

dos estados estacionarios (se puede inferir por la forma de la gráfica que es una suma de funciones seno). Según el principio de superposición si se tienen soluciones a un sistema, una combinación lineal de estas soluciones también es solución al sistema. En conclusión, se puede afirmar que los estudiantes en su mayoría no consideran soluciones al sistema aquellos estados que no son estacionarios.

Al analizar las respuestas de los estudiantes de Universidades de EE. UU., se observa que el 40% de los estudiantes ha seleccionado la opción correcta que todas las funciones de onda incluyendo la asimétrica son posibles para el sistema I. La dificultad más común experimentada es que el 50% de los estudiantes pensó que el sistema no permitía la función de onda asimétrica. Al comparar los resultados entre estudiantes de la UNAH y estudiantes de Universidades de EE. UU. se observa notablemente que los estudiantes tienen dificultades para identificar la gráfica III como solución al pozo cuadrado infinito, pero que en EE. UU. hubo un gran porcentaje de estudiantes que tiene claro el principio de superposición.

## PREGUNTA 2: POZO CUADRADO INFINITO Y VALORES ESPERADOS

### Pregunta 2:

Supongamos que en el tiempo  $t = 0$ , el Sistema I está en el primer estado excitado. Seleccione todos los valores esperados que dependen del tiempo.

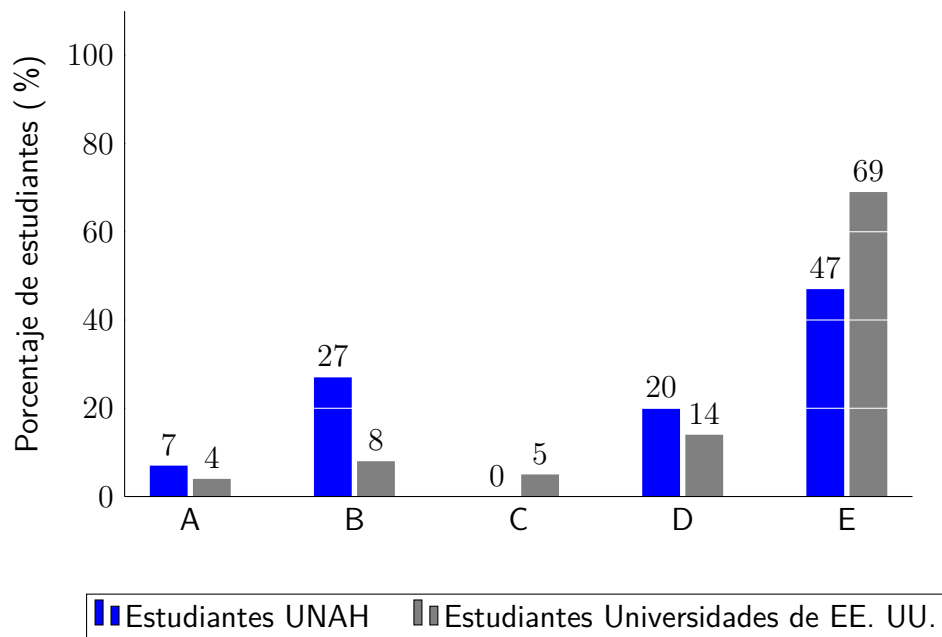
(1)  $\langle x \rangle$                                       (2)  $\langle p \rangle$                                       (3)  $\langle H \rangle$

- A. Únicamente 1
- B. Únicamente 2
- C. Únicamente 3
- D. Únicamente 1 y 2
- E. Ningunas de las anteriores



Los resultados obtenidos por los estudiantes se muestran en la siguiente gráfica:

### PREGUNTA 2



En la gráfica se muestra la respuesta de los estudiantes a la pregunta 2 que corresponde a la categoría “Valores esperados”. En el tiempo  $t = 0$  el sistema I se encuentra en el primer estado excitado, lo que indica que es un estado estacionario. Es necesario tomar en cuenta que el valor esperado puede ser dependiente del tiempo, pero en un estado estacionario la densidad de probabilidad es estática, en consecuencia el valor esperado es independiente del tiempo.

El 27% de los estudiantes de la UNAH piensa erróneamente que el valor esperado del momento es dependiente del tiempo, no identificaron que el estado presentado es un estado propio de la energía; el 20% piensa que tanto el valor esperado de la posición como del momento son dependientes del tiempo. El 47% de los estudiantes acertó que todos los valores esperados son independientes del tiempo por ser el primer estado excitado un estado estacionario. Al comparar los resultados entre estudiantes de UNAH y de Universidades de EE. UU. se observa que el 69% de los estudiantes de Universidades de EE. UU. contestó que los valores esperados son independientes del tiempo en los estados estacionarios, superando a los estudiantes de la UNAH en un 22% al elegir la respuesta correcta.

### PREGUNTA 3: POZO CUADRADO INFINITO Y DENSIDAD DE PROBABILIDAD

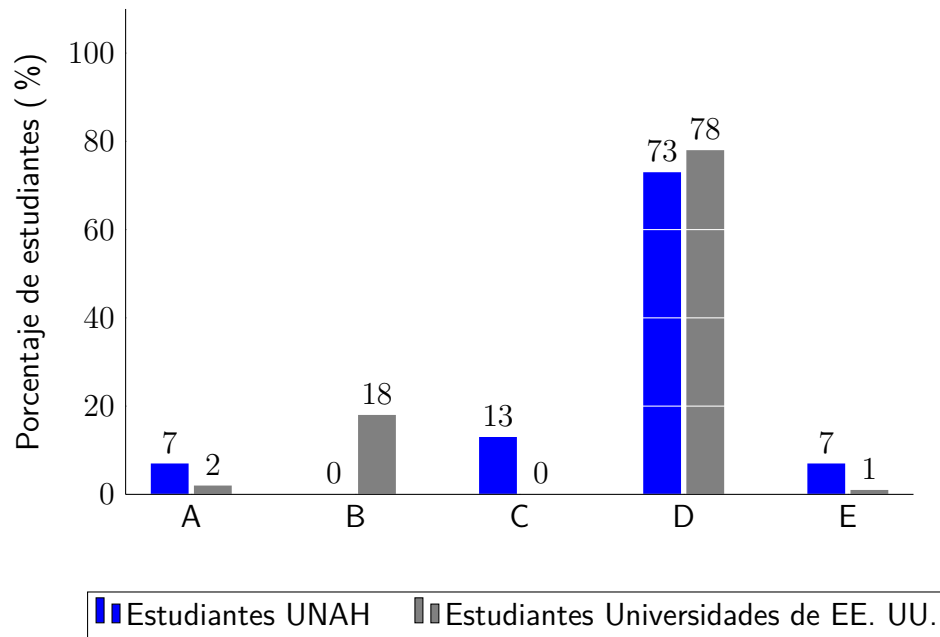
#### Pregunta 3:

Considere la siguiente función de onda:  $\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(5\pi x/a)$ . ¿Cuál de las siguientes es la densidad de probabilidad  $|\Psi(x, t)|^2$ , en el tiempo  $t$ ?

- A.  $|\Psi(x, t)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2(5\pi x/a) \cos^2(E_5 t/\hbar)$   
 B.  $|\Psi(x, t)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2(5\pi x/a) \exp(-i2E_5 t/\hbar)$   
 C.  $|\Psi(x, t)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2(5\pi x/a) \sin^2(E_5 t/\hbar)$   
 D.  $|\Psi(x, t)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2(5\pi x/a)$  la cual es independiente del tiempo  
 E. Ninguna de las anteriores

Los resultados obtenidos por los estudiantes se muestran en la siguiente gráfica:

### PREGUNTA 3



En la gráfica se muestra la respuesta de los estudiantes a la pregunta 3 que corresponde a la categoría “Densidad de probabilidad, Estados estacionarios y no estacionarios”. La dificultad más común en esta pregunta es identificar si el estado es estacionario o no estacionario, recordemos que al ser un estado estacionario la densidad de probabilidad es independiente del tiempo,  $\sqrt{\frac{2}{a}} \sin(\frac{5\pi x}{a})$  es un estado propio de la energía con  $n = 5$  por lo que el estado es estacionario, ahora bien, la densidad de probabilidad debe ser independiente del tiempo. Al calcular la densidad de probabilidad se obtiene que la respuesta correcta es la opción D. El 13% de los estudiantes de la UNAH piensan incorrectamente que  $\frac{2}{a} \sin^2(\frac{5\pi x}{a}) \sin^2(\frac{E_5 t}{\hbar})$  es la densidad de probabilidad de la función de onda  $\Psi(x, t)$ , y el 73% de los estudiantes identificó correctamente que la densidad de probabilidad es estática y calculó posteriormente la densidad de probabilidad, obteniendo que  $|\Psi(x, t)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2(\frac{5\pi x}{a})$ .

Los resultados obtenidos por estudiantes de Universidades de EE. UU. al elegir la respuesta correcta supera en un 5% a los estudiantes de la UNAH, el 18% de los estudiantes de Universidades de EE. UU. eligió la opción B como correcta, ellos consideran que el estado inicial  $\Psi(x, 0)$  no es estacionario y agregan la dependencia temporal a la densidad de probabilidad.

PREGUNTA 4: POZO CUADRADO INFINITO, ESTADOS ESTACIONARIOS Y NO ESTACIONARIOS

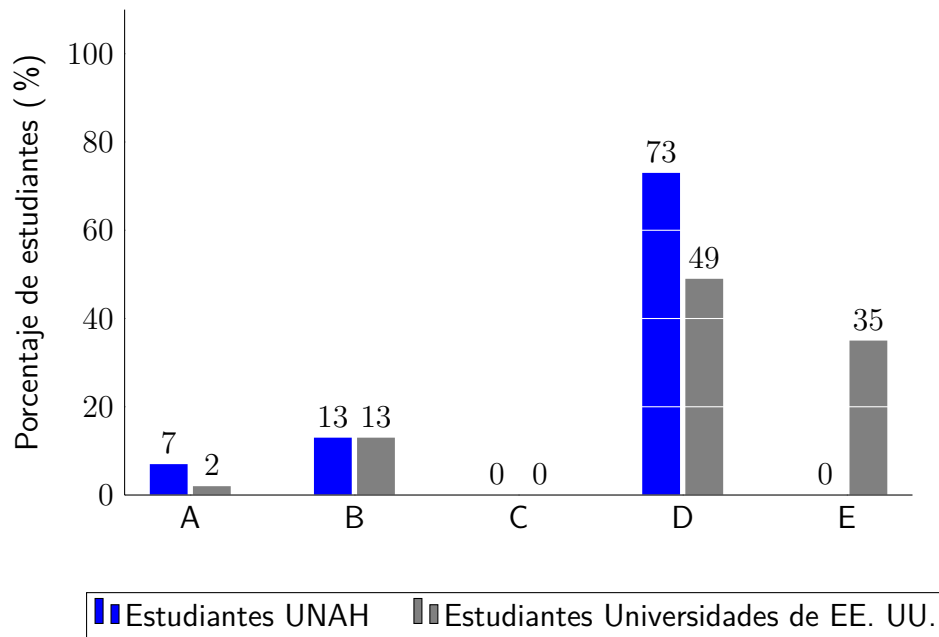
**Pregunta 4:**

Considere la siguiente función de onda:  $\Psi(x, 0) = A \sin^5(\pi x/a)$ , donde  $A$  es una constante de normalización. ¿Cuál de las siguientes es la densidad de probabilidad  $|\Psi(x, t)|^2$ , en el tiempo  $t$ ?

- A.  $|\Psi(x, t)|^2 = |A|^2 \sin^{10}(\pi x/a) \cos^2(E_5 t/\hbar)$
- B.  $|\Psi(x, t)|^2 = |A|^2 \sin^{10}(\pi x/a) \exp(-i2E_5 t/\hbar)$
- C.  $|\Psi(x, t)|^2 = |A|^2 \sin^{10}(\pi x/a) \sin^2(E_5 t/\hbar)$
- D.  $|\Psi(x, t)|^2 = |A|^2 \sin^{10}(\pi x/a)$  la cual es independiente del tiempo
- E. Ninguna de las anteriores.

Los resultados obtenidos por los estudiantes se muestran en la siguiente gráfica:

PREGUNTA 4



En la gráfica se muestra la respuesta de los estudiantes a la pregunta 4 que corresponde a la categoría “Densidad de probabilidad, Estados estacionarios y no estacionarios”. Esta pregunta está muy relacionada con la pregunta 3, ya que es necesario que los estudiantes identifiquen si el estado  $\Psi(x, 0)$  es un estado estacionario. El 73% de los estudiantes de la UNAH considera erróneamente que el estado  $\Psi(x, 0) = A \sin^5(\pi x/a)$  es estacionario por lo que la densidad de probabilidad sería estática y procedieron a calcularla; obteniendo  $|\Psi(x, t)|^2 = |A|^2 \sin^{10}(\pi x/a)$ . El estado  $\Psi(x, 0)$  no es estacionario ya que no tiene la forma  $\psi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(n\pi x/a)$ , la función  $\Psi(x, 0)$  es una combinación lineal de estados estacionarios.

Los resultados obtenidos por los estudiantes de Universidades de EE. UU. muestran que el 49% de estudiantes eligió la opción  $D$  como correcta, pero a diferencia de los estudiantes

de la UNAH el 35 % identificó correctamente que el estado  $\Psi(x, 0) = A \sin^5(\pi x/a)$  no es estacionario y por lo tanto ninguna de las densidades de probabilidad presentadas son solución.

## PREGUNTA 7: POZO CUADRADO INFINITO Y MEDICIONES

### Pregunta 7:

La función de onda para el Sistema I en el tiempo  $t = 0$  es  $\sqrt{2/7}\psi_1(x) + \sqrt{5/7}\psi_2(x)$  cuando se realiza una medición de la energía. La medición de la energía tiene a  $4\pi^2\hbar^2/2ma^2$ . ¿Cuál de las siguientes es la parte espacial de la función de onda normalizada (excluyendo la parte temporal) después de la medición de la energía? (Obviar la fase general de la función de onda)

(1)  $\psi_2(x)$

(2)  $\sqrt{5/7}\psi_2(x)$

(3)  $\sqrt{2/7}\psi_1(x) + \sqrt{5/7}\psi_2(x)$

A. Únicamente 1

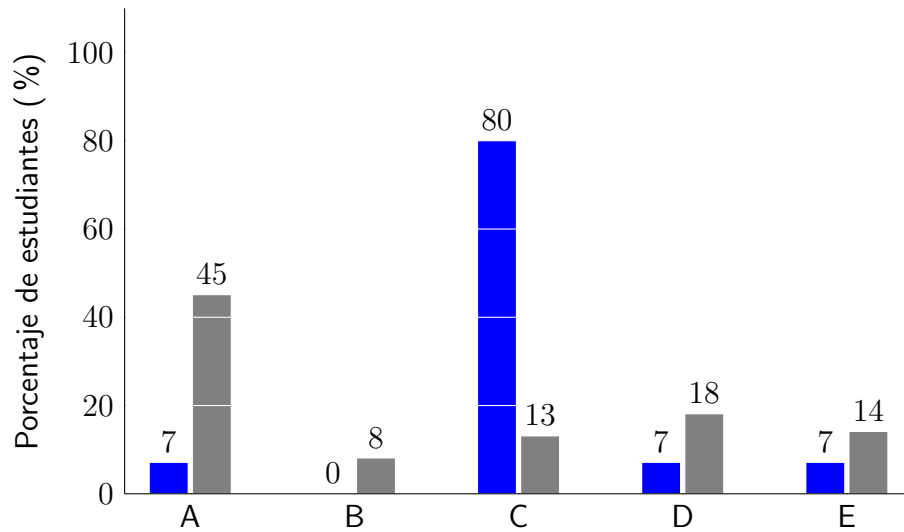
B. Únicamente 2

C. Únicamente 3

D. Depende de cuánto tiempo usted espera después de la medición de la energía. En el instante en que se mide la energía, será (1) pero mucho tiempo después será (3)

E. Depende de cuánto tiempo usted espera después de la medición de la energía. En el instante en que se mide la energía, será (2) pero mucho tiempo después será (3)

### PREGUNTA 7



■ Estudiantes UNAH   ■ Estudiantes Universidades de EE. UU.

En esta pregunta es de suma importancia identificar que  $\sqrt{2/7}\psi_1(x) + \sqrt{5/7}\psi_2(x)$  es un estado de superposición y que al realizar una medición la función de onda colapsa en una de las funciones propias. Las únicas energías posibles son las del estado fundamental  $E_1$  y el primer estado excitado  $E_2$ , la medición de la energía es  $4\pi^2\hbar^2/2ma^2$  lo que significa que  $n = 2$  y al realizar la medición el sistema colapsa a  $\psi_2(x)$ , por lo que la respuesta correcta debe ser (1).

El 80% de los estudiantes de la UNAH señaló que la parte espacial de la función de onda después de realizar la medición de la energía continuará siendo  $\sqrt{2/7}\psi_1(x) + \sqrt{5/7}\psi_2(x)$ , lo que demuestra que no hay claridad en el postulado de la medición y el colapso de la función de onda. Solamente el 7% de los estudiantes contestó correctamente a esta pregunta. Al analizar los resultados obtenidos por estudiantes de Universidades de EE. UU. se evidencia que el 45% contestó correctamente que el sistema se colapsaría en  $\psi_2(x)$  mostrando que existe una mayor comprensión del principio de superposición y postulados de la Mecánica Cuántica.

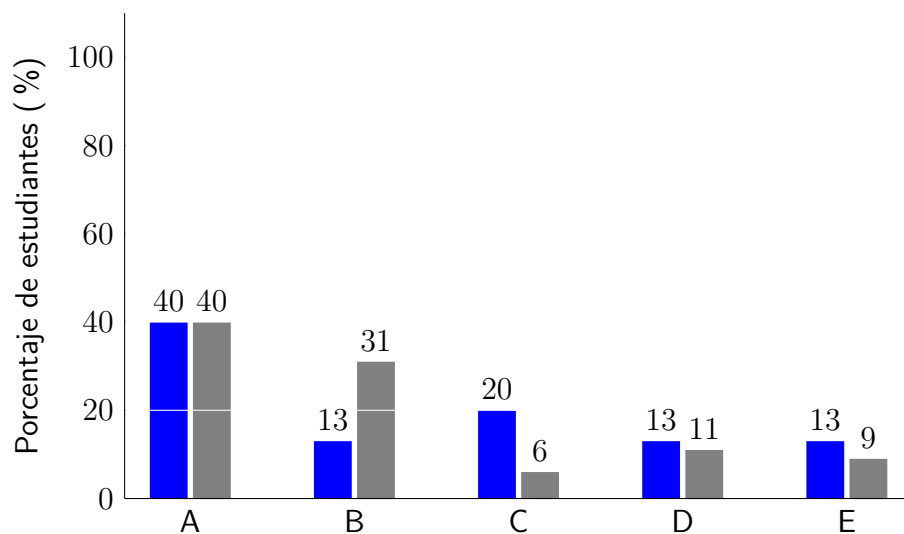
### PREGUNTA 13: POZO CUADRADO INFINITO Y VALORES ESPERADOS

#### Pregunta 13

En el tiempo  $t = 0$  el estado para el Sistema I es  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2)$ . En primer lugar, se mide la posición de la partícula en el tiempo  $t = 0$  y obtenemos el resultado  $x_0$ . Inmediatamente después de la medición de la posición se mide la energía. ¿Qué posible(s) resultado(s) podemos obtener para la medición de la energía?

- A. Sólo podemos medir ya sea  $E_1$  o  $E_2$
- B. Podemos obtener uno de los valores de la energía  $E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$  donde  $n$  puede ser un número entero arbitrariamente grande.
- C. Sólo podemos medir  $\frac{1}{2}(E_1 + E_2)$
- D. Podemos medir cualquier energía  $E = \sum_{n=1}^{\infty} c_n E_n$  donde  $c_n$  son los coeficientes de forma que  $\sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 = 1$
- E. Ninguna de las anteriores

### PREGUNTA 13



■ Estudiantes UNAH   ■ Estudiantes Universidades de EE. UU.

En esta pregunta es necesario tener claros los conceptos de mediciones continuas y colapso de la función de onda. En el caso más general  $\Psi$  antes de ser medida es una superposición de autoestados sin que sepamos a priori en cuál de ellos estará el sistema después de la medición. El 40% de los estudiantes de la UNAH piensa de forma incorrecta que solo se pueden medir ya sea  $E_1$  o  $E_2$  que corresponden al estado inicial, no se dieron cuenta que al medir la posición de la partícula se obtiene  $x_0$  y la función de onda colapsa a una función delta que es una superposición de muchas funciones propias de la energía. El 13% de los estudiantes contestó correctamente que se puede obtener uno de los valores de la energía  $E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$  después de la medición. El 40% de los estudiantes de Universidades de EE. UU. piensa que la opción A es correcta, pero a diferencia de éstos el 31% señaló correctamente que es posible obtener uno de los valores de  $E_n$ . Con esta pregunta se observa que existen dificultades para identificar los cambios que se producen en un sistema al realizar mediciones continuas de observables.