

Corrientes Parásitas y Fenómenos de Inducción relacionados

MARCO REYES, JACINTO PINTO

Estudiantes de la Maestría en Física, Universidad Nacional Autónoma De Honduras-VS

Resumen

We describe the origin of the parasitic currents and show how to calculate these currents for some geometries. We analyze the effect of parasitic currents on devices like electric motors currents, and dynamometers, these currents generate undesirable effects on motors and transformers, but there are certain technological applications that are very useful, such as metal detectors and heating systems. In the induction motor effects occur such as parasitic current and hysteresis, which cause energy dissipation by Joule effect.

Keywords: Parasitic currents, motors, magnetomotive force

Describimos el origen de las corrientes parásitas y mostramos como calcular estas corrientes para algunas geometrías. Analizamos el efecto que tienen las corrientes parásitas en dispositivos como motores eléctricos, y en dinamómetros, estas corrientes generan efectos no deseables en los motores y transformadores, pero existen ciertas aplicaciones tecnológicas en las que son muy útiles, como detectores de metales y sistemas de calentamiento. En los motores se producen efectos de inducción tales como las corrientes parásitas e histéresis, que causan disipación de energía por efecto Joule.

Keywords: Corrientes Parásitas, motores, fuerza magnetomotriz

I. INTRODUCCIÓN

Las corrientes parásitas son corrientes que circulan en el interior de conductores como consecuencia de campos magnéticos variables con el tiempo. Estas corrientes circulares crean electroimanes con campos magnéticos que se oponen al efecto del campo magnético aplicado. Cuanto más fuerte sea el campo magnético aplicado o mayor la conductividad del conductor o mayor la velocidad relativa de movimiento, mayores serán las corrientes parásitas y los campos opositores generados [4],[2].

II. MOVIMIENTO DE UNA PIEZA CONDUCTORA HACIA UN CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

El efecto de las corrientes parásitas es una disipación de la energía por efecto Joule. Estas pérdidas se intentarán reducir al máximo posi-

ble en los núcleos de un transformador, pero puede ser interesante aumentarlas para realizar un frenado electromagnético (amortiguamiento, freno eléctrico) o en la producción de calor (horno de inducción). El comportamiento de una pieza metálica rectangular que se mueve hacia o sale de una región donde existe un campo magnético uniforme es esencialmente el mismo que el de una espira que se mueve hacia o sale de una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular a la espira.

Cuando se introduce la pieza rectangular (Como se muestra en la figura 1) en la región donde existe un campo magnético uniforme, el flujo aumenta y las corrientes en torbellino se oponen al incremento de flujo. La fuerza que ejerce el campo magnético sobre cada una de las corrientes inducidas da una resultante que se opone a la fuerza aplicada.

El campo magnético es perpendicular al plano del dibujo y está dirigido hacia el lector. El sentido de la corriente inducida en la región

donde existe campo magnético está indicada por el vector unitario \hat{u} .

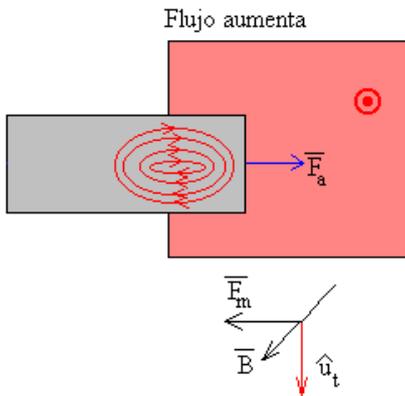


Figura 1: Flujo que está aumentando, [1]

Cuando se saca la pieza rectangular de la región donde existe un campo magnético uniforme, el flujo disminuye y las corrientes en torbellino se oponen a dicha disminución como se muestra en la figura 2. La fuerza que ejerce el campo magnético sobre cada una de las corrientes inducidas da una resultante que se opone a la fuerza aplicada. Del mismo modo que hemos visto en la espira que se introduce en el campo magnético, la corriente se genera en el lado de la espira que está en el interior del campo magnético y retorna por la parte de la espira que está fuera de dicha región[5].

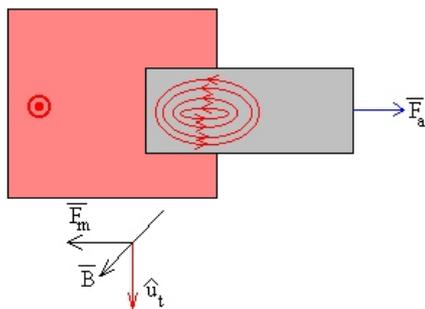


Figura 2: Flujo que está disminuyendo, [1]

Consideremos ahora que la pieza metálica es más grande que la región que contiene el campo magnético. Se forman dos corrientes en forma de torbellino de sentidos contrarios, una a la izquierda y otra a la derecha en los límites de la región rectangular donde existe el campo magnético, vease 3. La fuerza que ejerce el campo magnético sobre las corrientes

inducidas es de sentido contrario a la fuerza aplicada que mueve la pieza hacia la derecha.

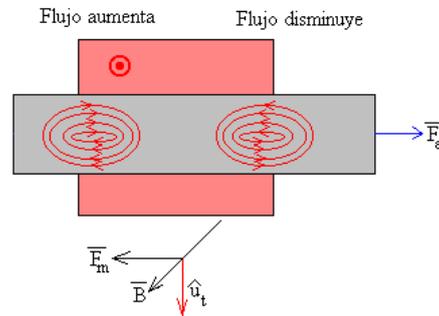


Figura 3: Pieza Metálica Grande, [1]

III. MODELO DE CÁLCULO DE FUERZA DE FRENADO

Sea una pieza metálica larga y ancha y de pequeño espesor que se mueve con velocidad constante v . Un campo magnético \vec{B} uniforme perpendicular al plano de la hoja metálica se aplica a una pequeña porción rectangular de dimensiones a y b como se observa en la figura 4.

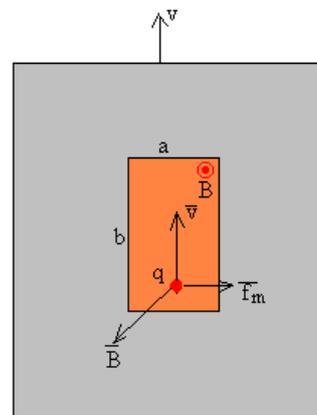


Figura 4: Pieza Metálica en Movimiento,[1]

Se supondrá que el campo magnético producido por las corrientes inducidas es suficientemente pequeño, para considerar que la fuerza de frenado proviene únicamente de la acción del campo magnético externo sobre las corrientes inducidas. Esto se produce si la velocidad v de la pieza metálica es inferior a una velocidad característica v_c , que depende de la conductividad del metal y del espesor de la pie-

za. Supongamos que el campo magnético B es perpendicular al plano de la hoja metálica, al moverse la pieza metálica con velocidad v , los portadores de carga q existentes en la pequeña región rectangular de dimensiones a y b experimentan una fuerza $\vec{f}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$, tal como se muestra en la figura 5. Los portadores de carga son impulsados por la fuerza magnética hacia la derecha.

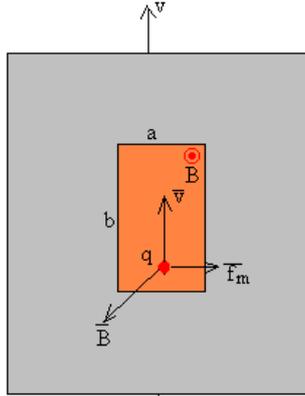


Figura 5: *Pieza Metálica en Movimiento*,[1]

La separación de cargas produce un campo eléctrico $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$, dirigido hacia la izquierda. Tenemos el equivalente a una batería cuya fem es igual a la diferencia de potencial $V_\epsilon = vBa$ medida en circuito abierto, vease 6.

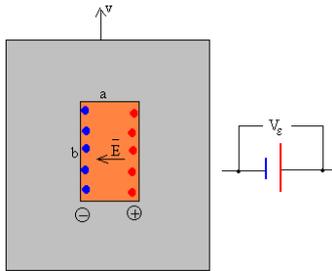


Figura 6: *Pieza Metálica en Movimiento*,[1]

La pequeña región rectangular no está aislada del resto de la hoja metálica, que proporciona la conexión entre los dos terminales de la imaginaria batería por el que circula una corriente de intensidad i , como se modela en la figura 7. El resto de la pieza metálica opone una resistencia R al paso de la corriente eléctrica. Mientras que la pequeña región rectangular presenta una resistencia interna r que podemos

calcular aplicando la ley de Ohm[5]:

$$r = \frac{a}{\sigma \delta b} \quad (1)$$

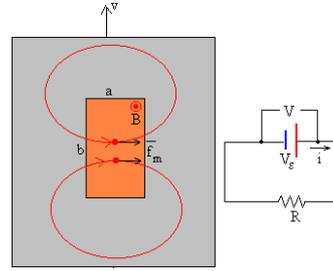


Figura 7: *Pieza Metálica en Movimiento*, [1]

siendo δ el espesor de la pieza metálica y σ la conductividad del metal. La ecuación del circuito se escribe $i(r + R) = V_\epsilon$, por lo tanto:

$$i = \frac{vBa}{R + r} = \frac{\sigma \delta b B}{1 + R/r} v \quad (2)$$

La fuerza F_m se opone a la velocidad v de la pieza metálica y es proporcional a su velocidad, y al cuadrado del campo magnético B observe 8. El producto δab es el volumen de la porción de la pieza metálica que está bajo la influencia del campo magnético uniforme B . Por lo que la fuerza magnética puede ser

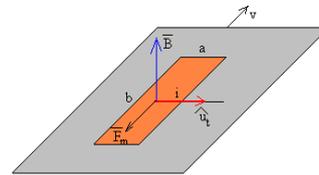


Figura 8: *Fuerza Magnética*,[1]

expresada como:

$$F_m = \frac{\sigma \delta ab}{1 + R/r} B^2 v \quad (3)$$

I. Deducción alternativa

De la ley de Ohm y de la fuerza de Lorentz, calculamos la densidad de corriente J

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (4)$$

El campo magnético tiene la dirección del eje z , $\vec{B} = B\hat{z}$. La velocidad tiene la dirección del eje y , $\vec{v} = v\hat{y}$

El campo eléctrico inducido $\vec{E} = -(V/a)\hat{x}$, siendo V la diferencia de potencial entre los extremos de la región rectangular de anchura a .

El producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B} = vB\hat{x}$ Si J es uniforme en la sección $b\sigma$, la densidad de la corriente que fluye por la región rectangular es:

$$J = \frac{i}{\delta b} = \sigma \left(-\frac{V}{a} + Bv \right) \quad (5)$$

La ecuación anterior se puede expresar como:

$$V = vBa - i \frac{a}{\sigma \delta b} \quad (6)$$

El primer término es la fem inducida $\epsilon = vBa$, el término que multiplica a la corriente i es la resistencia r que presenta la región rectangular al paso de la corriente.

V es la diferencia de potencial en los terminales de la batería, y es también la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia R , por lo que $V = iR$. Llegamos a la ecuación del circuito $vBa = i(r + R)$

La fuerza que ejerce el campo magnético sobre la corriente de intensidad i la podemos escribir en términos del vector densidad de corriente J cuyo módulo es la intensidad dividido el área $J = i/(b\delta)$, y cuya dirección y sentido es el del vector unitario \hat{u} .

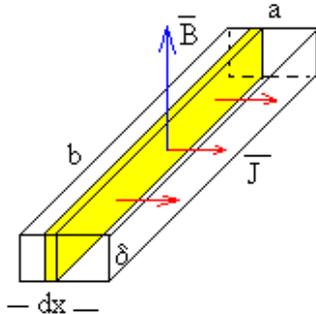


Figura 9: Deducción Alternativa, [1]

$$\vec{F}_m = \int (\vec{J} \times \vec{B}) d\tau = - \int_0^a \frac{i}{\delta b} b B \delta dx$$

$$F_m = -B \frac{vBa}{r + R} a = \frac{\sigma \delta ab}{1 + R/r} B^2 v \quad (7)$$

En las ecuaciones anteriores se consideró solamente la magnitud de \vec{F}_m , obteniendo el mismo resultado mostrado en la ecuación 3.

IV. EFECTOS DE LAS CORRIENTES PARÁSITAS

Caso1: cálculo aproximado del momento de torsión en un freno electromagnético de corrientes parásitas.

Consideremos un disco de conductividad σ y grosor d que gira alrededor de un eje que pasa por su centro y es normal a la superficie del disco. Aplicamos un campo \vec{B} uniforme y perpendicular al plano del disco sobre una región pequeña a^2 localizada a una distancia ρ del eje [4], ver figura 10.

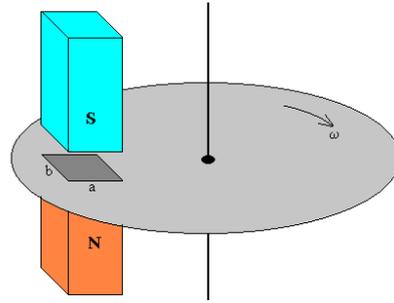


Figura 10: Disco de interés con $b=a$, [1]

La fem inducida de manera aproximada es:

$$\epsilon = \frac{d(BA)}{dt} = Ba\rho\omega \quad (8)$$

La ecuación (8) es una aproximación ya que el área efectiva para el cálculo de la fem inducida no se sabe con exactitud. Esta fem causa una corriente, no se sabe exactamente hacia donde fluye, solo podemos asumir que esta en la región del disco. La resistencia de esta porción es aproximadamente

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A} = \frac{a}{\sigma ad} \quad (9)$$

Hemos asumido que la corriente fluye radialmente cuando definimos la sección transversal del resistor. La corriente inducida es entonces del orden de

$$i = \frac{\epsilon}{R} = \frac{Ba\rho\omega}{1/\sigma d} \quad (10)$$

Esta corriente experimenta una fuerza de frenado

$$\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (11)$$

$$F = iLB = Ba^2\rho\omega\sigma d \quad (12)$$

donde L es a, el momento de torsión es

$$\tau = B^2a^2\rho^2\omega\sigma d \quad (13)$$

El disco tiene un momento de inercia I_0 al que se le proporciona una velocidad una velocidad angular ω_0 en el instante inicial. La velocidad angular del disco en el instante t se obtiene a partir de la ecuación de la dinámica de rotación

$$I_0 \frac{d\omega}{dt} = -k\omega \quad (14)$$

Separando variables e integrando

$$\int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{k}{I_0} \int_0^t dt$$

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{kt}{I_0}} \quad (15)$$

La ecuación (15) demuestra que la velocidad angular del disco disminuye exponencialmente, debido a las corrientes parásitas.

Caso2: Cálculo de la potencia media disipada, debido a corrientes parásitas.

Consideremos un cilindro conductor de radio R colocado en un campo magnético paralelo al eje del cilindro, que varía con el tiempo de acuerdo a

$$B = B_0 \text{sen}(\omega t) \quad (16)$$

Por simetría las corrientes inducidas tendrán la forma de circunferencias centradas en el eje del cilindro, ver figura 11

El flujo a través de una de estas líneas es

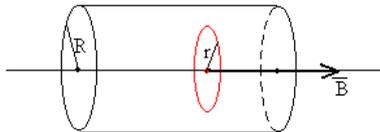


Figura 11: Cilindro del caso 2, [1]

$$\Phi = B\pi r^2$$

La fem inducida en la línea de corriente de radio r es

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi r^2 B_0 \omega \cos(\omega t) \quad (17)$$

Esta fem es la que pone en movimiento a los portadores de carga contenidos en el volumen de la capa cilíndrica de longitud L comprendida entre r y r+dr, originando una corriente

$$di = \frac{\varepsilon}{dR_e} \quad (18)$$

siendo dR_e la resistencia del tubo de longitud $2\pi r$ y de sección Ldr por el que circulan las cargas, ver figura 12. La resistencia es

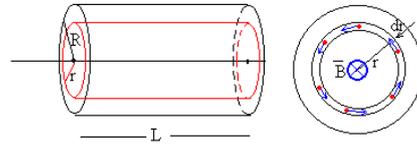


Figura 12: Cilindro del caso 2, [1]

$$dR_e = \rho \frac{2\pi r}{Ldr} \quad (19)$$

donde ρ es la resistividad del material, la corriente que circula en la sección diferencial es

$$di = -\frac{rB_0\omega L \cos(\omega t) dr}{2\rho} \quad (20)$$

La potencia disipada es εdi y para calcular la potencia total se integra entre 0 y R [5].

$$P = \frac{\pi B_0^2 \omega^2 L}{2\rho} \cos^2(\omega t) \int_0^R r^3 dr \quad (21)$$

$$P = \frac{\pi B_0^2 \omega^2}{16\rho} \cos^2(\omega t) \quad (22)$$

El valor medio durante un periodo $2\pi/\omega$ de la función coseno al cuadrado es 1/2

$$\langle P \rangle = \frac{\pi R^4 B_0^2 \omega^2}{16\rho} \quad (23)$$

La potencia disipada es proporcional al cuadrado de la frecuencia ω del campo magnético variable. Esta es la razón por la que los hornos de inducción utilizan frecuencias elevadas. En este cálculo se ha despreciado el campo magnético creado por las propias corrientes de Foucault. Esta aproximación no es válida para

materiales de resistividad nula.

En los transformadores no podemos cambiar la frecuencia ni la resistividad del material empleado como núcleo. Para reducir las pérdidas se trata de reducir sus dimensiones, note que $\langle P \rangle$ es proporcional a la cuarta potencia del radio R.

V. PÉRDIDAS MAGNÉTICAS EN MOTORES

En los motores las pérdidas en el hierro son debidas a las variaciones de flujo y pueden subdividirse en pérdidas por corrientes de histéresis y pérdidas por corrientes parásitas. Ambas se ven afectadas por la distribución irregular de la inducción sobre cada sección plana del circuito magnético, así como la concentración autoinductiva del flujo. Interesamos dos casos de variación del campo magnético[3].
 (i) Si en un elemento de volumen, el módulo de \vec{B} varia su valor según una función periódica. Esto sucede en los núcleos y las coronas de transformadores, así como en los dientes de las máquinas rotativas. Es la llamada magnetización alterna, figura 4 (a)

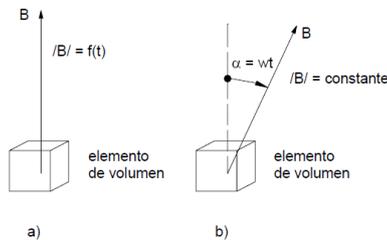


Figura 13: Tipos de variación de \vec{B} , [3]

(ii) Si \vec{B} sigue una rotación, como ocurre en la corona de las máquinas giratorias, en que el módulo y la velocidad angular del vector \vec{B} sea constante, figura 4 (b), se le denomina magnetización giratoria.

El fenómeno de histéresis provoca en los materiales ferromagnéticos un ciclo de imanación en el cual las trayectorias ascendentes y descendentes de inducciones no coincide, dejando encerrada entre ellas una cierta superficie ver figura 5.

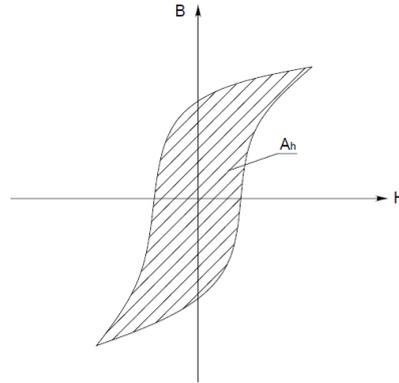


Figura 14: Curva de histéresis, [3]

Esta superficie pone de manifiesto la diferencia entre la potencia absorbida durante la fase de acumulación de energía y la de restitución de la misma, diferencia que se traduce en pura pérdida al transformarse en calor. Al variar \vec{B} en un cuerpo ferromagnético se modifica la densidad de energía magnética, cuando se cumple un ciclo completo de magnetización, se presenta una variación asociada a la densidad de energía proporcional a la superficie encerrada en el ciclo.

$$W_m = \oint \vec{H} \cdot d\vec{B} \quad (24)$$

Las pérdidas específicas de un elemento volumen vienen dadas por

$$V_H = \frac{dW/T}{dm} = \frac{w_m}{\rho T} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{B} \approx \frac{A_h}{\rho T} \quad (25)$$

donde $dm = \rho dV$ y T es el periodo de magnetización.

Las pérdidas por corrientes parásitas en W/kg, con inducción uniforme alterna de variación sinusoidal en el tiempo, son proporcionales al cuadrado de la inducción máxima B_0 , de la frecuencia f y del espesor τ de las chapas

$$V_E = \sigma_E (f B_0 \tau)^2 \quad (26)$$

σ_E es una constante cuyo valor depende de la calidad de las chapas magnéticas y de las unidades empleadas. Estas pérdidas no son sino pérdidas por efecto Joule sobre los circuitos recorridos por las corrientes parásitas inducidas

en el hierro. El sentido de estas corrientes, por la ley de Lenz, es de oponerse al movimiento relativo de la masa de hierro respecto del campo magnético, es decir a la causa que las produce, implicando la creación de un par resistente que debe vencer el motor que hace girar la masa de hierro. Con objeto de vencer este par y pérdidas, las partes de hierro de las máquinas eléctricas sujetas a una magnetización cíclica se construyen de chapas de muy reducido espesor, aisladas unas de otras por óxidos metálicos, además se procura que la resistividad de las mismas sea lo más elevada posible, añadiendo al hierro una pequeña cantidad de silicio.

VI. CONCLUSIONES

1. Las corrientes parásitas se producen cuando un conductor atraviesa un campo magnético variable, o viceversa. El movimiento relativo causa una circulación de electrones, o corriente inducida dentro del conductor. Estas corrientes circulares crean electroimanes con campos magnéticos que se oponen al efecto del campo magnético aplicado (ver Ley de Lenz).
2. Se demostró que un disco conductor girando en presencia de un campo magnético, tiende a frenarse, tal que la velocidad angular disminuye exponencialmente debido a las corrientes parásitas.

REFERENCIAS

- [1] Angel Franco Garcia. Física con el ordenador, April 2012.
- [2] David J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall, 1999.
- [3] Atanasi Jornet. *Contribución al estudio de las ondas de campo armónico y las pérdidas adicionales que se originan en los motores eléctricos*. PhD thesis.
- [4] Roald K. Wangsness. *Campos electromagnéticos*. Limusa, 1990.
- [5] Rochon P. Wiederick H.D. Gautier D.A. Magnetic braking: simple theory and experiment. *Am J. Phys*, 55:500–503, 1986.