

Estabilidad orbital de planetas no coplanares en un sistema estelar binario

RAÚL A. HENRÍQUEZ¹

¹*Escuela de Física - Universidad de El Salvador, mail: raul.henriquez@ues.edu.sv*

Recibido: 28 de Febrero de 2017 / Aceptado: 30 de Abril de 2017

Resumen

Since few years ago, it has been suggested the search of circumbinary planets in an orbit with very high inclination, relative of binary system planet. If these orbits are very stable, probably most of circumbinary system could be like that. In this work, we have studied stability of different circumbinary planets orbits with inclination $i_{pl} = 60^\circ$, relative of binary system plane. The investigation of stability was carried out through simulations with a N -body integration code, doing simulations of circumbinary system with a planet mass of $m_{pl} = 10^{-5} M_\odot$ and binary system with two stars of mass $m_1 = m_2 = 0.5 M_\odot$. We made a full of 1174 numerical simulations of the circumbinary planets orbits, changing relative distance (κ) between binary system and circumbinary planet orbits. We found the orbital critical stability $\kappa_{crit} = 1.955$ and some resonances of the planet orbit, in which we found inestability or high changes of planet excentricity.

Keywords: stability planetary, circumbinary systems, numerical simulations

Recientemente se ha sugerido la búsqueda de planetas que orbitan alrededor de un sistema estelar binario (sistemas circumbinarios) con planos orbitales muy inclinados relativo al plano orbital del sistema binario. Si las órbitas de estos planetas son estables, la mayoría de los planetas circumbinarios podrían ser de este tipo. En este trabajo, se han estudiado las estabildades de órbitas de planetas circumbinarios con una inclinación $i_{pl} = 60^\circ$, relativo a la órbita del sistema binario. Para ello se utilizó un código de integración de N cuerpos, haciendo simulaciones de un sistema circumbinario en particular: un planeta de masa $m_{pl} = 10^{-5} M_\odot$ y dos estrellas de masas $m_1 = m_2 = 0.5 M_\odot$. Se hicieron 1174 simulaciones numéricas de las órbitas del planeta circumbinario, variando la distancia relativa (κ) entre la órbita del sistema binario y la órbita del planeta, encontrándose la órbita crítica $\kappa_{crit} = 1.955$ y algunas resonancias de la órbita del planeta, en las que se observaron inestabilidades o cambios grandes en la excentricidad del planeta.

Palabras clave: estabilidad planetaria, sistemas circumbinarios, simulaciones numéricas

I. INTRODUCCIÓN

ANTES de 1989, los únicos planetas que se conocían eran los de nuestro sistema solar. Sin embargo, hasta el año 2016 se ya se habían descubierto más de 3400 planetas que orbitan otra estrella diferente al sol [5]. Muchos de estos nuevos sistemas planetarios exhiben características muy diferentes que las del sistema solar, como por ejemplo: excentricidades medias o altas y la presencia de planetas del tamaño de Júpiter muy cerca a la estrella, entre otras características importantes. Las observaciones recientes revelan que al menos un 20 % de los planetas descubiertos residen en un sistema multi-estelar, de los cuales se estima que más de 70 sistemas son binarios, lo que ha provocado que el estudio de la formación, evolución y dinámica de exoplanetas en sistemas múltiples tengan un gran interés dentro de la comunidad científica en los últimos años. Los sistemas binarios descubiertos hasta ahora, se pueden dividir según el tipo de órbita que describe el planeta, de los cuales se distinguen 2 tipos principalmente [1]: planeta moviéndose en una órbita de

tipo satélite (*tipo S*), en donde el planeta se mueve alrededor de una de las 2 estrellas y de tipo planetario (*tipo P*) o planetas circumbinarios, en donde el planeta se mueve alrededor de las dos estrellas a una distancia significativa (véase la figura 1).

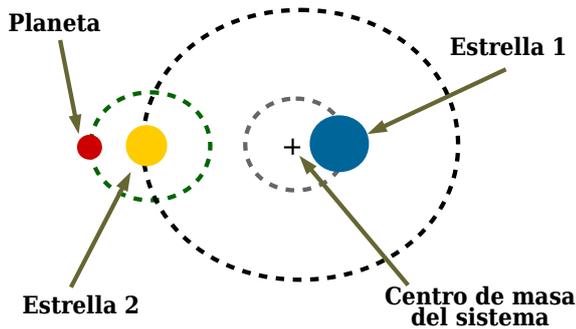
Este trabajo se enfoca en los planetas de *tipo P*. El primer planeta de este tipo fue descubierto en 1993 en el sistema pulsar PSR B1620-26 con una masa mínima de $1.5 - 3.5 M_J$. Por otro lado, el primer planeta circumbinario alrededor de estrellas de la secuencia principal fue *Kepler 16b* en 2011, seguido por otros sistemas circumbinarios descubiertos en los últimos años con tránsitos y con métodos de la medición de la periodicidad del binario (eclipse tinting variations, por su siglas en ingles: ETV). Algunos de ellos, descubiertos con tránsitos se muestran en el cuadro (1) con algunos de sus parámetros orbitales.

Donde a_{pl} , m_{pl} y κ son: el semi-eje mayor del planeta, la masa del planeta y la distancia relativa entre las estrellas y el planeta (a_{pl}/a_{bin}) respectivamente (a_{bin} es

la distancia entre las estrellas).

Todos los planetas mostrados en el cuadro 1 fueron descubiertos por la técnica de tránsito y proceden del catálogo de Kepler y corresponden a sistemas donde sólo un exoplaneta ha sido encontrado. Nótese que los valores de κ se encuentra entre el el rango de 3-4 para todos ellos. Lo que nos sugiere que muchos de los planetas circumbinarios pueden tender a alojarse relativamente próximos a la órbita del sistema estelar binario.

Tipo-S



Tipo-P

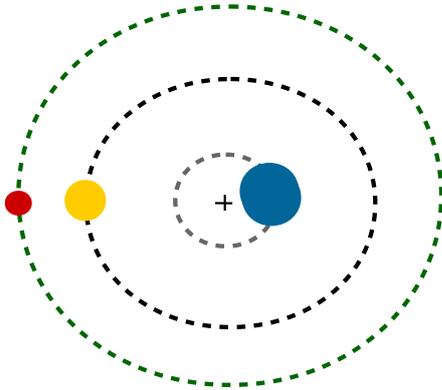


Figura 1: Representación de los dos tipos de órbitas de planetas más comunes en un sistema binario.

Tabla 1: Algunos de los sistemas circumbinarios del catálogo de Kepler

Nombre	$m_{pl} [M_{\odot}]$	$a_{pl} [UA]$	κ
Kepler-16	3.1×10^{-4}	0.704	3.142
Kepler-34	2.1×10^{-4}	1.089	4.776
Kepler-35	1.2×10^{-4}	0.603	3.426
Kepler-38	$< 3.6 \times 10^{-4}$	0.464	3.178
Kepler-64	$< 5 \times 10^{-3}$	0.642	3.627
Kepler-413	0.210	0.355	3.514

A. Estabilidad orbital de planetas circumbinarios

El problema del estudio de la estabilidad de sistemas planetarios binarios se aborda principalmente resolviendo las ecuaciones de movimiento para cada uno de los cuerpos que interactúan en el sistema. Como consecuencia de que dichas ecuaciones no pueden ser resueltas de forma analítica para 3 o más cuerpos (solamente en algunos casos es posible resolverlas) se recurre a resolverlas de forma aproximada.

En particular, el problema de estabilidad en planetas circumbinario se ha abordado con el sistema formado por tres cuerpos (2 estrellas y un planeta). Dvorak (1986) fue de los primeros en investigar sobre la estabilidad numérica en este tipo de sistemas planetarios [6]. Él realizó diferentes integraciones numéricas de planetas en órbitas inicialmente circulares alrededor de un sistema binario de masas iguales con $i_{pl} = 0^{\circ}$, para un tiempo de $500 T_{bin}$ (donde T_{bin} es el periodo del sistema binario) y tomó como criterio principal de estabilidad a todo planeta que sobreviviera el tiempo de integración con una excentricidad < 0.3 . Sus resultados mostraron una zona de estabilidad separada de una zona caótica. La zona estable está limitada por una órbita crítica de tamaño a_{crit} , encontrando que esta órbita es la menor que puede tener el planeta circumbinario, para que sea dinámicamente estable (véase la figura 2). Haciendo un ajuste de mínimos cuadrados a los resultados de las simulaciones, Dvorak (1986) obtuvo la siguiente expresión, con $\kappa_{crit} = a_{crit}/a_{bin}$

$$\kappa_{crit} = (2.37 \pm 0.23) + (2.76 \pm 0.40) e_{bin} - (1.04 \pm 0.43) e_{bin}^2 \quad (1)$$

En 1999, Holman y Wiegert también investigaron la estabilidad numérica de las órbitas *tipo-P* y *tipo-S*, variando la excentricidad de las binarias $0 \leq e_{bin} \leq 0.8$ y la masa relativa del sistema binario $0.1 \leq \mu \leq 0.9$, para un tiempo de integración de $10^4 T_{bin}$ [7]. Ellos obtuvieron para las órbitas *tipo-P* el límite crítico similar al mostrado en la (1).

$$\kappa_{crit} = (2.278 \pm 0.008) + (3.824 \pm 0.33) e_{bin} - (1.71 \pm 0.10) e_{bin}^2 \quad (2)$$

Esta ecuación es válida típicamente con un error de 3% y 6%. Los resultados obtenidos, tanto por Holman y Wiegert, y Dvorak *et al.* se muestran en la figura (3).

Por último, en 2003 Pilat-Lohinger *et al.* también publicaron resultados de simulaciones de planetas circumbinarios. Ellos a diferencia de los estudios anteriores, variaron i_{pl} en el rango de 0° - 50° utilizando un tiempo de integración de $5 \times 10^4 T_{bin}$. La clasificación de estabilidad que se usó fue la misma que la usada por Dvorak. Como resultado más relevante, ellos comprobaron que la inclinación no afecta significativamente el límite de estabilidad [2].

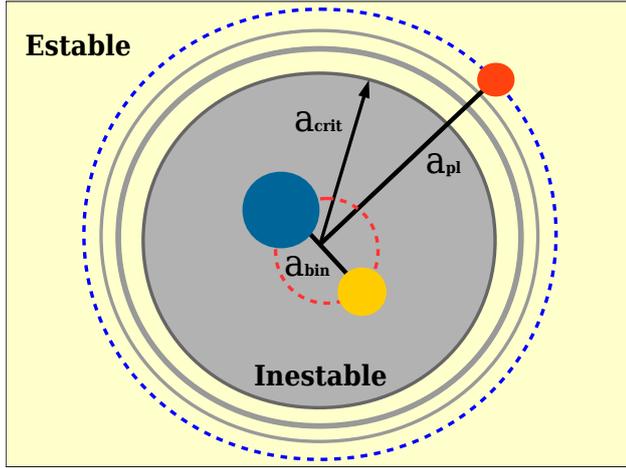


Figura 2: Ilustración de los diferentes semi-ejes mayores del sistema: a_{crit} , a_{bin} y a_{pl} . También se muestra la zona inestable ($< a_{crit}$), las resonancias y la zona estable ($\leq a_{crit}$) del sistema.

El objetivo de esta investigación fue el estudio de la órbita de un planeta circumbinario con una inclinación $i_{pl} = 60^\circ$ con respecto al plano orbital binario ($i_{bin} = 0^\circ$), realizando modificaciones en las simulaciones de la distancia relativa κ para un tiempo de evolución del sistema: $10^4 T_{pl}$.

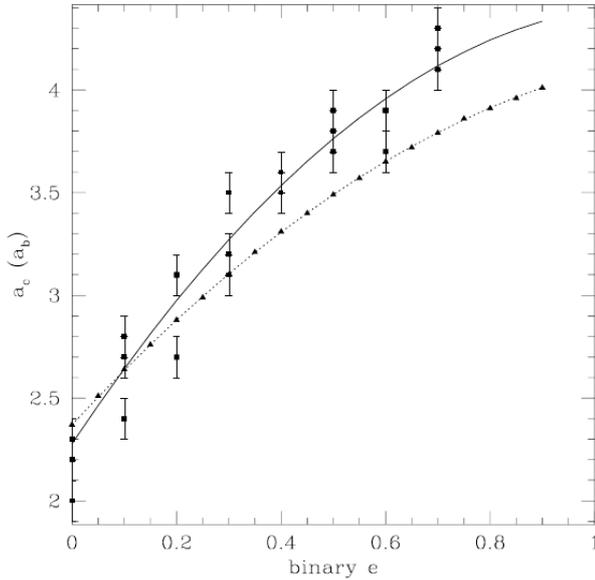


Figura 3: Semi-eje mayor crítico a_c vs. excentricidad del sistema binario e_{bin} para una partícula de un planeta circumbinario. El parámetro a_c corresponde a κ_{crit} en este trabajo. Los triángulos son los resultados obtenidos por Dvorak et al. y los puntos son los obtenidos por Holman-Wiegert. La línea sólida y la cortada son los respectivos ajustes de mínimos cuadrados (figura tomada de [7]).

B. Experimento numérico

Para realizar las simulaciones de las órbitas de los planetas circumbinarios, utilizamos el código numérico *Mercury6*, el cual, como objetivo general ha sido diseñado para calcular la evolución de objetos que interactúan entre sí, y que orbitan alrededor de un campo gravitatorio producido por un cuerpo central, por ejemplo: el movimiento de planetas, asteroides y cometas orbitando alrededor del sol; o un sistema de lunas orbitando un planeta; o un sistema planetario orbitando a una estrella [4]. *Mercury6* está compuesto de varios algoritmos con diferentes esquemas numéricos que resuelven de forma aproximada las ecuaciones de movimiento para N-cuerpos. En particular, en este trabajo se utilizó el algoritmo basado en el esquema numérico de *Bulirsch-Stoer* [3].

Algunas de las consideraciones del sistema planetario simulado, son mostrados a continuación:

1. Se cumple la relación entre los semi-ejes mayores de las órbitas del planeta (a_{pl}) y binario (a_{bin}):

$$a_{pl} = \kappa a_{bin} \quad (3)$$

2. Existe un valor de $\kappa = \kappa_{crit}$ que determina la mínima órbita estable para el planeta ($a_{crit} = \kappa_{crit} a_{bin}$).
3. Todos los valores de $\kappa < \kappa_{crit}$ son órbitas de planetas inestables.
4. Las binarias orbitando cumplen:

$$a_1 m_1 = a_2 m_2, \quad q = \frac{m_2}{m_1} \rightarrow q = \frac{a_1}{a_2}$$
5. Otras condiciones de la simulación:

$$i_2 = i_1 = 0, \quad e_1 = e_2 = 0, \quad \omega_1 = \omega_{pl} = 0, \\ \omega_2 = \omega_1 + \pi, \quad \Omega_2 = \Omega_1 = \Omega_{pl} = 0$$

En total se hicieron 1174 simulaciones numéricas para el sistema planetario circumbinario, con un semi-eje mayor $a_{pl} = 1.0 \text{ UA}$ e inclinación 60° , en un intervalo de $1.0 < \kappa \leq 10.0$, con los correspondientes semi-ejes mayores de la órbita binaria: $0.1 \leq a_{bin} < 1.0 \text{ UA}$. Se utilizó un sistema estelar binario con masas iguales ($m_1 = m_2 = 0.5 M_\odot$) en todas las simulaciones. Por último, se fijó una resolución diferenciada (según el sub-intervalo de interés) como se muestra en el cuadro (2).

Tabla 2: Total de simulaciones realizadas para cada i_{pl}

Resolución ($\Delta\kappa$)	Rango de κ	Simulaciones realizadas
10^{-2}	$1.0 < \kappa < 1.90$	91
10^{-3}	$1.90 \leq \kappa \leq 2.60$	701
10^{-2}	$2.60 < \kappa \leq 6.0$	341
10^{-1}	$6.0 < \kappa \leq 10.0$	41
Total	$1.0 < \kappa \leq 10.0$	1174

Cada una de las simulaciones cubrió un tiempo de $10^4 T_{pl}$, el cual es un tiempo mayor al utilizado en trabajos

anteriores para evaluar la estabilidad de las órbitas en un sistema planetario circumbinario, por ejemplo en [7] se utilizó $10^4 T_{bin}$. Se utilizó un paso temporal de integración de $\Delta t = 50$ días y una distancia de eyección de $5 a_{pl}$. Esta distancia es la que el código utiliza como límite para suspender las integraciones, considerando al planeta expulsado del sistema y por ende una órbita inestable. Por otro lado, las integraciones también fueron suspendidas cuando se detectó el impacto del planeta con una de las estrellas del sistema binario. El resto de parámetros se mantuvieron fijos para todas las simulaciones, tanto para la órbita del planeta, como la del sistema binario, todos estos parámetros fijos son mostrados a continuación.

$$\begin{aligned}
 m_{pl} &= 10^{-5} M_{\odot} (\approx 4M_{\oplus}), & i_{bin} &= 0^{\circ} (i_1 = i_2 = 0^{\circ}), \\
 a_{pl} &= 1.0 \text{ UA}, & \omega_1 &= 0^{\circ}, \\
 T_{pl} &\approx 1 \text{ a}, & \nu_1 &= 0^{\circ}, \\
 \omega_{pl} &= 0^{\circ}, & \Omega_1 &= 0^{\circ}, \\
 \nu_{pl} &= 0^{\circ}, & \omega_2 &= 180^{\circ}, \\
 \Omega_{pl} &= 0^{\circ}, & \nu_2 &= 0^{\circ}, \\
 m_{bin} &= 1.0 M_{\odot} & \Omega_2 &= 0^{\circ} \\
 (m_1 = m_2 = 0.5 M_{\odot}), & & &
 \end{aligned}$$

Para observar los resultados de manera global y cuantitativa, para tiempos mayores a 2000 años se obtuvieron los valores $(e_{pl})_{min}$, $(e_{pl})_{max}$ y el promedio de la excentricidad del planeta $\langle e_{pl} \rangle$ durante todo el tiempo de evolución del sistema, estos resultados se presentan en la figura 6. En la gráfica, también se muestran las resonancias más importantes de la órbita planetaria, estas fueron obtenidas con la siguiente ecuación:

$$\frac{T_{pl}}{T_{bin}} = \kappa^{3/2} = N \quad (\text{donde } N \text{ es un entero}) \quad (4)$$

Para las resonancias de importancia en este estudio, κ tomó los siguientes valores: 2.08 (3:1), 2.306 (7:2), 2.519 (4:1) y 2.924 (5:1), éstas son representadas con líneas rojas en las gráficas.

II. RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LAS SIMULACIONES

La órbita crítica encontrada fue: $\kappa = 1.955$, en la gráfica (6) puede observarse que todas las órbitas con $\kappa < 1.955$ (κ_{crit}) (con sus valores respectivos: $a_{bin} = 0.526$ y $T_{pl} = 0.381$) resultaron inestables. Por ejemplo, en las figuras (4) y (5) se muestran 2 gráficas con las órbitas descritas durante la simulación para el caso de $i_{pl} = 60^{\circ}$ a dos diferentes valores de κ : en una órbita estable en $\kappa = 2.4$ y otra inestable $\kappa = 1.6$.

En las figuras (6) y (7) se muestra como cambia la excentricidad en función de κ . En zonas de κ , donde no se obtuvieron valores para $\langle e_{pl} \rangle$, las órbitas fueron consideradas como inestables (el planeta no se mantuvo estable un tiempo total de simulación). Estas inestabilidades se manifestaron porque la simulación de las órbitas

se detiene por impacto del planeta con alguna de las estrellas binarias o la eyección del planeta fuera del sistema circumbinario.

Se encontraron órbitas inestables en la resonancia 3:1 ($\kappa \approx 2.08$) y en 7:2 ($\kappa \approx 2.306$), las demás resonancias no mostraron órbitas inestables. Para los valores de $\kappa \geq 1.955$ se observa como las excentricidades disminuyen a menores valores de κ , tendiendo a $\kappa \rightarrow 0$ (como puede ser observado en la gráfica (7)).

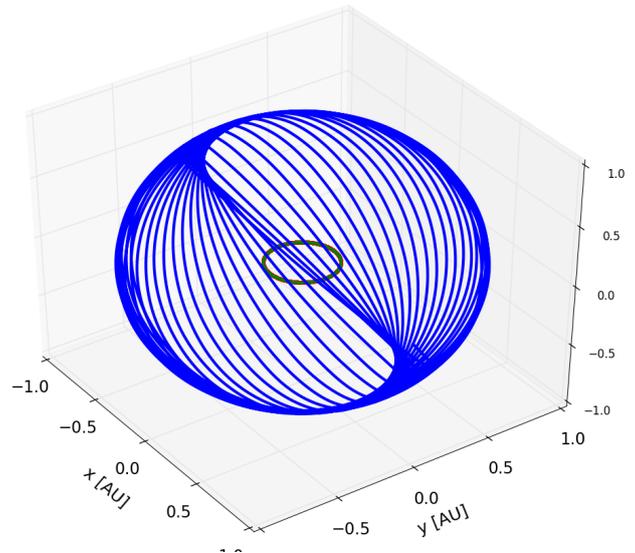


Figura 4: Resultado de la simulación para el sistema evolucionado numéricamente en $\kappa = 1.6$ y con una inclinación $i_{pl} = 60^{\circ}$. Nótese que este sistema se encuentra dentro de la zona de inestabilidad encontrada ($\kappa < 1.955$).

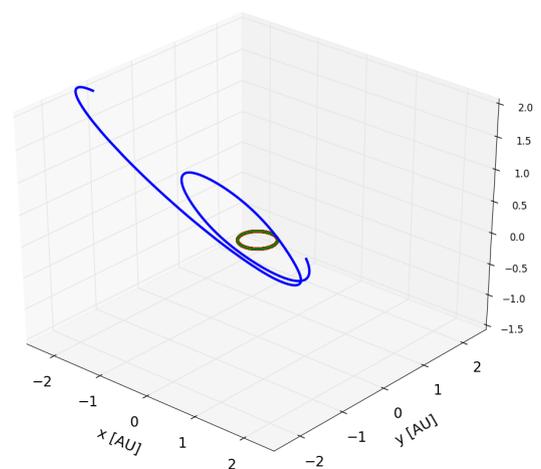


Figura 5: Resultado de la simulación para el sistema evolucionado numéricamente en $\kappa = 2.4$ y con una inclinación $i_{pl} = 60^{\circ}$. Nótese que este sistema se encuentra dentro de la zona de estable encontrada ($\kappa \geq 1.955$).

III. CONCLUSIONES

El valor de κ_{crit} en este trabajo fue: $\kappa_{crit} = 1.955$, este valor es aproximadamente el valor obtenido por Pilatlohinger *et al.* ($\kappa \approx 1.95$) para ángulos ($< 50^\circ$) [2], lo cual sugiere que este valor crítico, no se modifica significativamente en función del ángulo. Por otro lado, se observó que las órbitas fueron sensibles a las resonancias 3:1 y 7:2, siendo 3:1 la más perceptible, debido a que fue la que causó un mayor número de órbitas inestables para los valores $\kappa > \kappa_{crit}$.

Para finalizar, se puede decir que las inestabilidades causadas por las resonancias tienen características muy diferentes a las inestabilidades estudiadas en $\kappa < \kappa_{crit}$. Estas últimas se manifiestan por lo general para un tiempo orbital de unos pocos años ($< 100 a$), mientras las otras inestabilidades provocadas por las resonancias mostraron tiempos de eyección mucho mayores.

REFERENCIAS

- [1] et al., C. (2014). A dynamical stability study of kepler circumbinary planetary systems with one planet. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 4(1), 1–11.
- [2] lohinger et al, P. (2003). Stability limits in double stars. a study of inclined planetary orbits. *Astronomy and Astrophysics*, 400(3), 1085–1094.
- [3] et. al, W. H. P. (2014). *FORTRAN Numerical Recipes: The Art of Parallel Scientific Computing: Fortran Numerical Recipes*.
- [4] Chambers, J. E. (1999). A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 304(4), 793–799.
- [5] de la Aeronáutica y del Espacio, A. N. (2014), Exploración de exoplanetas. Recuperado de: <https://exoplanets.nasa.gov/>.
- [6] R., D. (1986). Critical orbits in the elliptic restricted three-body problem. *Astronomy and Astrophysics*, 167(10), 379–386.
- [7] y Wiegert P., H. M. (1999). Long-term stability of planet in binary systems. *The Astronomical Journal*, 117(2), 621–628.

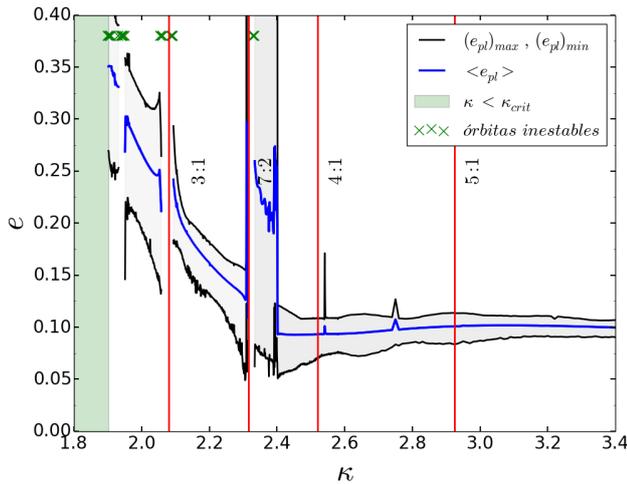


Figura 6: Excentricidades del planeta en función de κ , para la inclinación $i_{pl} = 60^\circ$ en el intervalo $1.8 \leq \kappa \leq 3.4$. Todas las órbitas con $\kappa < 1.955$ (κ_{crit}) resultaron inestables. Para los valores de $\kappa \geq 1.955$ se observa como las excentricidades disminuyen a mayores valores de κ . Las órbitas en torno a las resonancias sufren mayores variaciones de excentricidades, teniendo órbitas inestables entorno a la resonancia 3:1.

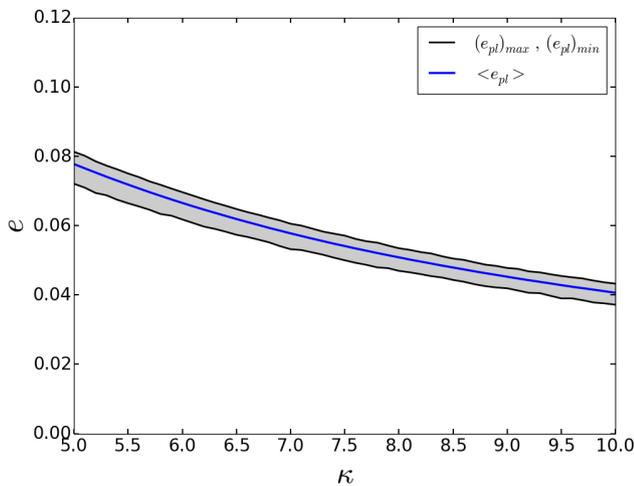


Figura 7: Resultados de las excentricidades $\langle e_{pl} \rangle$ en el intervalo $5.0 \leq \kappa \leq 10.0$ para la inclinación $i_{pl} = 60^\circ$. La disminución de las excentricidades para valores $\kappa \gg \kappa_{crit}$ muestra que la influencia del sistema binario disminuye significativamente.